EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA RESISTÊNCIA ELÉTRICA EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA ANTES DO PROCESSO DE LINEARIZAÇÃO - UM ESTUDO DE CASO

Lúcio Ângelo Vidal

Professor de Física do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) Campus Cuiabá, Cuiabá-MT.
e-mail: lucio.vidal@ifmt.edu.br

Recebido em: 15/08/2022 – Aprovado em: 15/09/2022 – Publicado em: 30/09/2022
DOI: 10.18677/EnciBio_2022C11

RESUMO

O presente trabalho relata a regência de uma lição de Física sobre variação da resistência elétrica partindo-se do conceito de infinitesimal que envolveu nove alunos das Engenharias de uma Instituição de Ensino Superior Pública da cidade de Cuiabá. Este ponto de vista não se apresenta em nenhuma publicação da disciplina de Física voltada à universidade. Enfatizou-se no evento que há no mínimo três formas de se representar a expressão algébrica relativa ao fenômeno. Nos primeiros momentos da atividade, aplicou-se um teste de resistência variando com a temperatura apresentando a equação diferencial da resistência em função da temperatura visando observar se os alunos dispunham de conhecimentos matemáticos para entender a perspectiva e ao final da atividade, utilizou-se de um teste para analisar a ocorrência de aprendizado sobre em que situações usar cada uma das equações.
PALAVRAS-CHAVE: função exponencial, resistência elétrica; temperatura;

DIFFERENTIAL EQUATION OF ELECTRICAL RESISTANCE AS A FUNCTION OF TEMPERATURE BEFORE THE LINEARIZATION PROCESS

ABSTRACT

The present work reports the conduction of a Physics lesson on variation of electrical resistance starting from the concept of infinitesimal that involved nine Engineering students from a Public Higher Education Institution in the city of Cuiabá. This point of view is not presented in any publication of the Physics discipline aimed at the university. It was emphasized in the event that there are at least three ways to represent the algebraic expression related to the phenomenon. In the first moments of the activity, a resistance test was applied, varying with the temperature, presenting the differential equation of resistance as a function of temperature in order to observe if the students had mathematical knowledge to understand the perspective and at the end of the activity, a test to analyze the occurrence of learning about in which situations to use each of the equations.
KEYWORDS: exponential function, electrical resistance; temperature;

INTRODUÇÃO

Em livros de Física orientados para o nível universitário como *Física para Universitários*: *Eletricidade e Magnetismo* (BAUER *et al.,* 2014), *Física III* (YOUNG; FREEDMAN, 2016), *Física para Cientistas e Engenheiros volume 3* (JEWETT JUNIOR; SERWAY, 2017) o que se vê no momento em que se mostram as expressões algébricas de resistência variando com a temperatura é o modelo linear.

Sendo mais preciso, afirma-se através de equação que a resistência a uma temperatura final é igual à resistência a uma temperatura inicial multiplicada por 1 mais o produto entre o coeficiente de temperatura e a variação de temperatura, isto é, $R = Ro\ (1 + \alpha \Delta T)$.

Esse viés é aceitável nos livros de Ensino Médio porque não existe a abordagem do cálculo integral nessa etapa de formação do jovem. O que se julga superficial é a ótica linear em obras universitárias de Física, principalmente no que concerne ao viés matemático.

Considerando que a análise de variação de resistência com a temperatura acontece no terceiro semestre dos cursos superiores, o discente já compreende o conceito de limite, de derivada, de integral, de série de Taylor e da função logarítmica. Assim sendo, por que motivo a publicação exibe apenas variação da resistência elétrica de forma linear com a temperatura mesmo que se reconheça que costuma ser uma boa aproximação em muitos casos? Por que motivo não se apresenta também nos livros a possibilidade de a resistência variar exponencialmente com a temperatura ($\mathrm{R} = \mathrm{R_0} e^{\int_{T_0}^{T} \alpha(T) dT}$) uma vez que a formulação mais abrangente seria a exponencial com integral no expoente?

Ocasiões em que se utilizariam expressões matemáticas a partir de variações contínuas de resistência com a temperatura, podem-se citar: a) quando o coeficiente de temperatura varie com a temperatura; b) quando se sabe o mesmo coeficiente em certos intervalos de temperatura c) quando o coeficiente de temperatura é constante e que o produto deste pela variação de temperatura tem valor superior a 0,1 admitindo que a tolerância máxima de uma resistor seja de 1%, ou seja, quarta faixa do código de cores de cor marrom (TIPLER; MOSCA, 2006, p152).

Deve-se analisar, portanto cada uma dessas situações, afinal as concepções científicas aceitas pela comunidade científica estão sujeitas a mudanças ao longo do tempo. Além disso, se o ser humano busca uma formação educacional completa, supõe-se que todas as dimensões que constituem as especificidades de uma realidade são importantes.

Um exemplo real de que a variação exponencial deve ser levada em consideração é imaginar, por exemplo, os coeficientes de temperatura dos semicondutores silício e germânio que segundo Tipler e Mosca (2006, p.150) possuem coeficiente iguais respectivamente a -0,075°C^{-1} e -0,048°C^{-1} à temperatura de 20°C. Com apenas dois graus de variação de temperatura, já haveria um valor de produto entre o coeficiente e a variação de temperatura superior a 0,1.

O estudo aqui exposto se inspira matematicamente na publicação de Vidal *et al.,* (2021a) que trata de uma aula ministrada em uma faculdade de Engenharia privada na grande Cuiabá para alunos do terceiro período de engenharia sobre como a dilatação térmica pode variar de forma exponencial com a temperatura.

Pensando no quanto são instrutivos os casos não lineares para o processo de formação dos alunos, foi estabelecida uma sequência didática baseada nos seguintes passos: 1) sondar os alunos com quatro exercícios de variação de resistência com a temperatura; 2) lecionar como a resistência varia com a temperatura, em pela forma de variações infinitesimais, indicando três fórmulas possíveis; 3) verificar o que os estudantes absorveram no que diz respeito a fazer uso de cada umas das equações segundo o tipo de problema que surge.

Nesta seção, foca-se na matemática essencial para o entendimento do que foi transmitido na lição de resistência em função da temperatura, tais como continuidade de uma função, o conceito de integral, logaritmos e suas propriedades e a aproximação de Taylor para a função exponencial e^x e por fim, mostra-se o conceito de resistência em função da temperatura.

Variação da Resistência com a Temperatura

Segundo Young e Freedman (2016), para intervalo de temperatura não muito elevados, a resistência varia com a temperatura praticamente segundo a equação 1:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (1)$$

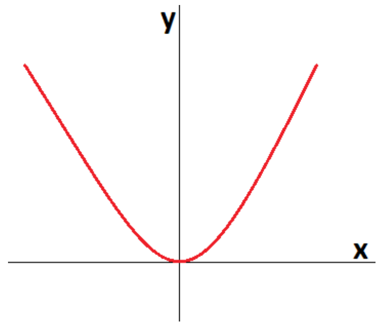
Onde R é a resistência à temperatura T, R_0 é a resistência à temperatura T_0 e α é o coeficiente de temperatura. Ainda segundo os mesmos autores, o cômputo da variação da resistência pela variação da temperatura se faz mediante a equação 2:

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta T \quad (2)$$

Continuidade de uma Função

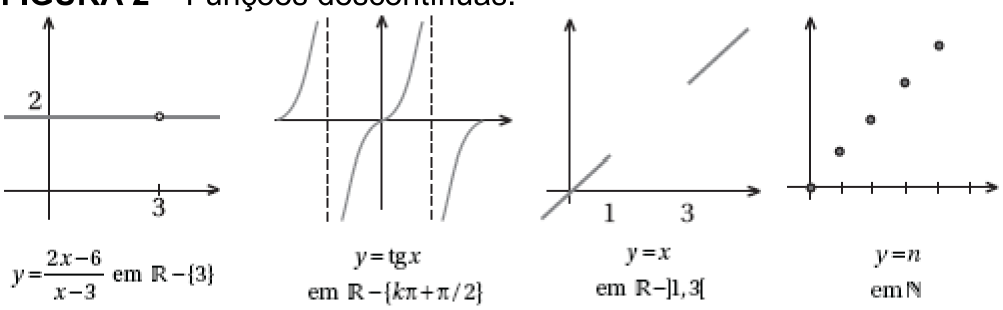
Uma função matemática é contínua quando, como sugere Ryan (2009), se pode desenhá-la sem retirar o lápis da folha de papel como mostra a figura 1. As funções da figura 2, por sua vez, são todas descontínuas.

FIGURA1. Função Contínua



Fonte: https://sabermatematica.com.br/funcoes-continuas.html

FIGURA 2 – Funções descontínuas.



Fonte: https://www.rpm.org.br/cdrpm/72/images/pg39-42_img1.gif

Integral

A ideia básica da integral é que algumas quantidades podem ser calculadas se decompostas em pequenas partes e depois se faz a soma de cada uma das contribuições de cada parte e quando o número de contribuições tende a uma quantidade muito grande, atinge-se a integral (STEWART, 2019a).

O conceito da integral definida fundamenta-se na concepção de que para certas funções quando o intervalo de integração das somas de Riemann (somas de produtos do valor da função pelo intervalo) tende a zero, tais somas convergem para um valor limite (STEWART, 2019b).

Como alguns exemplos onde o cálculo da integral é utilizado em Física, podem-se se citar: 1) calcular o efeito de distribuições contínuas de alguma grandeza relativa a algum corpo que não seja puntiforme em algum local do espaço; 2) computar o efeito de variáveis cinemáticas contínuas em função do tempo; 3) calcular a velocidade média das moléculas de um gás ideal; 4) calcular grandezas termodinâmicas que variam infinitesimalmente com a temperatura e 5) cálculo de dilatação de comprimento, área e volume em função da temperatura (embora se reconheça a não usualidade deste fato em livros de Física de Ensino Superior).

Definição de Logaritmo

Considerando *a* e *b* dois números reais e positivos de forma que *a* seja diferente da unidade, define-se o logaritmo de *b* na base *a* o expoente de *a* de forma que a potência seja igual a *b.* Dessa forma, pode-se escrever:

$$\log_a b = x \quad ou \quad a^x = b$$

Dentre os diversos valores que a base *a* pode assumir, considera-se que a base 10 (dez) e a base neperiana (base *e* cujo valor vale 2,718...) são dois sistemas de logaritmos particularmente importantes. O logaritmo de base neperiana pode-se representado por $log_e\, b$ ou $ln\, b$.

Aproximação para e^x

Na concepção de Stewart (2019a), a aproximação de Taylor é de fundamental importância já que aproxima uma função qualquer por uma função polinomial. A série de Taylor para e^x expandido em torno de x = 0 é calculada através da relação:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \quad (3)$$

No caso de x ser muito pequeno em relação a unidade (um), pode-se aproximar e^x para 1+x. Exibir-se-á a seguir alguns exemplos da aproximação levando-se em consideração que a imprecisão admitida de uma grandeza física seja de 1%:

$se\ x = 0{,}01;\ e^{0{,}01} = 1{,}01\ e\ 1 + x = 1{,}01$ (*sem diferença percentual até a segunda casa decimal*)

$se\ x = 0{,}05;\quad e^{0{,}05} = 1{,}05\ \ e\ \ 1 + x = 1{,}05$ (*sem diferença percentual até a segunda casa decimal*)

$se\ x = 0{,}1;\quad e^{0{,}1} = 1{,}105\ \ e\ \ 1 + x = 1{,}1\ (diferença\ percentual\ de\ 0{,}5\%)$

$se\ x = 0{,}15;\quad e^{0{,}15} = 1{,}16\ \ e\ \ 1 + 0{,}15 = 1{,}15\ (diferença\ percentual\ de\ 0{,}9\%)$

$se\ x = 0{,}2; \quad e^{0,2} = 1{,}22\ \ e\ \ 1 + 0{,}15 = 1{,}2\ (diferença\ percentual\ de\ 1{,}7\%)$

Nota-se que à medida que x cresce, também cresce a diferença entre e^x e 1 + x.

MATERIAIS E MÉTODOS

A sequência didática durou três horas e foi ministrada de maneira on line pelo *Google Meet* no dia sete de junho de 2021 no turno da manhã para nove alunos de Engenharia do terceiro semestre do IFMT Campus Cuiabá pelo fato de estarem estudando resistência elétrica. O fato de a adesão à aula ser muito pequena deveu-se a fatores ligados à pandemia de COVID-19.

As etapas da sequência foram constituídas por: 1. Aplicação do teste de sondagem envolvendo problemas de variação da resistência com a temperatura mostrando-se a equação $dR_0 = \alpha(T)R_0dT$; 2. A explanação matemática sobre a maneira de se obter a equação mais geral da resistência em função da temperatura; 3. Aplicação do teste qualitativos que versava sobre em que circunstâncias aplicar cada equação específica.

Os testes de *Problemas de Variação de Resistência com a Temperatura* e o *Teste Qualitativo de Compreensão da Variação de Resistência com a Temperatura* que foram aplicados aos discentes eram mostrados na tela do computador e as respostas podiam ser enviadas por e-mail institucional ao professor e pela plataforma AVA da instituição pública de ensino.

Antes de se fazer a dedução matemática na aula de como a resistência varia com a temperatura da forma mais geral possível, foi mostrado aos alunos a equação $dR_0 = \alpha(T)R_0dT$ e foi solicitado que resolvessem quatro questões envolvendo resistência em função da temperatura (*Problemas de Variação de Resistência com a Temperatura*) para serem resolvidas em no máximo 30 minutos como uma espécie de pré-teste para detectar se eles seriam capazes de chegar à formulação geral a partir da expressão diferencial e consequentemente resolver as questões de 2 a 4.

A razão de a primeira questão encontrar-se no Teste Inicial é pelo fato de que a questão podia ser resolvida diretamente mediante a fórmula que envolve a variação linear com a temperatura (a fórmula que sempre aparece em livros). O problema de número dois aparece na lista pelo fato de analisar se o estudante é capaz de deduzir a expressão geral exponencial com a integral no expoente. A questão três visava analisar se o aluno conseguiria levar em consideração o que ocorre quando o coeficiente de temperatura é constante na integral que se situa no expoente da equação tendo como ponto de partida também a versão infinitesimal da variação de resistência apresentada on line. Finalmente, o item quatro do teste pretendia analisar se o aprendiz saberia aplicar o conceito de soma de Riemann para fazer o cálculo da integral como soma de produtos.

O Teste Final, de cinco questões composto por quatro alternativas por questão, foi aplicado após a demonstração matemática realizada para fins não de saber se eles conseguiam reproduzir os cálculos apresentados, mas de saber em que circunstâncias aplicariam cada fórmula apresentada. As respostas foram enviadas também por e-mail institucional ao professor ou pela plataforma AVA da instituição pública de ensino.

A explanação de cálculo da variação de resistência com a temperatura através da variação infinitesimal

Começa exatamente a partir do momento em que se apresenta a variação da resistência na perspectiva de variação infinitesimal de temperatura. A partir disso, mostram-se todos os detalhes da dedução da equação que mostra como a resistência final varia com a resistência inicial multiplicado pela base neperiana elevada à integral do coeficiente de temperatura.

Em seguida, faz-se a consideração que se este último é constante, a formulação para a resistência final do material passa a variar como uma potência do produto entre o mencionado coeficiente e a variação de temperatura. Por fim, faz-se a análise de que se o último produto mencionado for menor que 0,1 para uma incerteza máxima de 1% na grandeza, recai-se na situação em que a resistência final varia de forma linear com a temperatura.

A dedução Matemática na Aula

Pode-se dizer que uma variação infinitesimal na resistência elétrica inicial de um material seria diretamente proporcional a um valor que varia com a temperatura, à resistência elétrica inicial deste material e à variação infinitesimal desta temperatura. Esse fato leva à equação 4:

$$dR_0 = \alpha(T)R_0 dT \ (4)$$

Nota-se que a equação 4 é semelhante à equação que está em livros de Física em retirando-se os infinitesimais e colocando-se os deltas. Em seguida, passa-se a resistência inicial dividindo o lado esquerdo da equação 4, obtendo-se a equação 5:

$$\frac{dR_0}{R_0} = \alpha(T)dT \ (5)$$

A fração infinitesimal da resistência é reflexo da soma de contribuições do efeito do coeficiente de temperatura em cada elemento de variação de temperatura em um intervalo considerado, portanto integra-se ambos os lados da igualdade como mostra a equação 6:

$$\int_{R_i}^{R_f} \frac{dR_0}{R_0} = \int_{T_0}^{T} \alpha(T)dT \ (6)$$

A integral do lado esquerdo da igualdade leva ao logaritmo neperiano da resistência inicial entre R_i e R_f. Como α depende da temperatura, o lado direito da equação permanece inalterado como mostra a equação 7:

$$\ln R_f - \ln R_i = \int_{T_0}^{T} \alpha(T)dT \ (7)$$

A partir da equação 4, sabe-se que a diferença de logaritmos na mesma base leva ao logaritmo do quociente como mostra a equação de número 8:

$$\ln\left(\frac{R_f}{R_i}\right) = \int_{T_0}^{T} \alpha(T)dT \ (8)$$

Finalmente, utilizando a propriedade dos logaritmos que diz ser o logaritmando igual à base elevado ao logaritmo e passando a resistência inicial para o lado direito da igualdade, tem-se a equação 9:

$$R_f = R_i e^{\int_{T_0}^{T} \alpha(T) dT} \quad (9)$$

A equação 9 é a equação mais geral para a resistência variando com a temperatura. Na possibilidade de o α não poder ser escrito como uma função de temperatura, a integral no expoente da equação 9 pode ser expressa como uma soma de produtos entre todos os coeficientes de temperatura e todas as variações pequenas de temperatura. Matematicamente, tem-se a equação 10:

$$\int \alpha dT = \alpha_1 dT_1 + \alpha_2 dT_2 + \alpha_3 dT_3 + \cdots + \alpha_n dT_n \ (10)$$

Caso nas equações de número 9 e 10, o coeficiente de temperatura seja constante, a equação da resistência final passa a ser:

$$R_f = R_i e^{\alpha \Delta T} \quad (11)$$

Se a multiplicação entre o coeficiente e a variação de temperatura é menor ou igual a 0,1; pode-se usar a aproximação $e^x \approx 1 + x$, já que a diferença é menor do que 1%. Então tem-se a equação 12 que sempre aparece em livros didáticos:

$$R_f = R_i (1 + \alpha \Delta T) \ (12)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Analisando-se a tabela 1, que faz referência ao número de acertos por aluno, detectou-se apenas quatro alunos (A, B, D e G) que acertaram uma única questão. Tal resolução correta refere-se à primeira questão do teste como se pode supor já que pode ser resolvida pela equação que aparece nos livros de Física. Ainda notou-se que cinco alunos (C, E, F, H e I) sequer conseguiram resolver a primeira questão seja porque não tinham os conhecimentos prévios necessários à aprendizagem ou porque não se atentaram adequadamente ao fato de que deveriam desenvolver a expressão em forma apresentada de equação diferencial. E finalmente, as questões de número 2, 3 e 4 ninguém acertou "provavelmente" devido ao não conhecimento da possibilidade das operações matemáticas necessárias à manipulação da equação diferencial 6 mostrada no momento da aplicação do Teste Inicial com Problemas de Variação da Resistência com a Temperatura.

TABELA 1 – Quantidade de acertos por aluno no Teste Inicial com Problemas de Variação da Resistência com a Temperatura.

Aluno	Número de Acertos
A	1
B	1
C	0
D	1
E	0
F	0
G	1
H	0
I	0

Na tabela 2, tem-se a quantidade de alunos que acertaram uma determinada quantidade de questões no Teste Qualitativo de Compreensão da Variação da Resistência com a Temperatura. O que se observou é que apenas um não acertou nenhuma questão; dois alunos assinalaram corretamente um item, dois itens, três itens e quatro itens; por fim, ninguém acertou todas as respostas.

Assim os resultados apresentados na tabela 2 sugerem que diferentes alunos podem ter entendido a essência do Teste Qualitativo da Resistência com a Temperatura em diferentes níveis, ou seja, alguns entenderam muito bem, outros bem, uns razoavelmente e uns absolutamente nada compreenderam.

TABELA 2 - Quantidade de Alunos que acertaram uma determinada quantidade de questões no Teste Qualitativo de Variação da Resistência com a Temperatura.

Número de Acertos	Número de alunos
0	1
1	2
2	2
3	2
4	2
5	0

A tabela 3 exibe a quantidade de alunos que acertaram a resposta do Teste Qualitativo de Variação da Resistência com a Temperatura. As questões de números 1, 2 e 3 tiveram seis acertos cada enquanto que as questões 4 e 5 apresentaram um acerto cada uma.

TABELA 3 – Quantidade de acertos por questão no Teste Qualitativo de Variação da Resistência com a Temperatura.

Número da Questão	Quantidade de Alunos que Acertaram
1	6
2	6
3	6
4	1
5	1

Conjectura-se que o fato de apenas um aluno ter acertado as duas últimas questões e a grande maioria ter errado pode ser entre várias razões interpretação de texto equivocada, ansiedade ou dispersão. Assim na questão 5, marcaram a letra c como correta por se fazer referência à situação em que se o coeficiente de temperatura multiplicado pela variação de temperatura é inferior a 0,1, entretanto pedia-se no problema as formulações possíveis que neste caso eram todas, portanto alternativa correta era N.D.A (letra d).

Na questão 4, ocorreu algo parecido, pois no caso de termos o produto anteriormente mencionado superior a 0,1, tem-se a maior indicação para a exponencial sem integral (a equação 13), apesar disso também pode ser resolvida pela exponencial com integral. Era para ser marcado A e marcaram B. Finalmente, a tabela 4 explicita as questões marcadas corretamente por cada estudante no teste. Os alunos G e C acertaram ao todo quatro questões; os alunos E e F tiveram êxito em três questões; B e D assinalaram corretamente duas questões; A e H acertaram apenas um item e I não obteve sucesso na interpretação de nenhum dos itens.

TABELA 4 – Número das questões corretamente assinaladas por discente no Teste Qualitativo de Variação da Resistência com a Temperatura.

Aluno	Acertos
A	Apenas a 3
B	2 e 3
C	1, 2, 3 e 5
D	1 e 2
E	1, 2 e 4
F	1, 2 e 3
G	1, 2, 3 e 5
H	Apenas a 1
I	nenhuma

Ainda segundo a tabela 4, aproximadamente 44,4% dos discentes acertaram pelo menos três questões o que corresponde a 60% do teste respondido com êxito. 66,6% dos aprendizes assinalaram corretamente 40% do teste. Pode-se supor assim que os aprendizes compreenderam em diferentes níveis o aspecto qualitativo de que formulação utilizar em cada situação.

Embora não se achem em livros de nível superior as equações de variação de resistência e resistividade como apresentadas neste artigo, observa-se que Halliday *et al.,* (2003) sugerem que o coeficiente de temperatura pode ser calculado pelo produto entre o inverso da resistividade a uma determinada temperatura multiplicado pela derivada da resistividade em relação à temperatura. Tal fato poderia dar indícios do que foi exposto na dedução da expressão matemática mais geral.

No tocante à amostra obtida de alunos (apenas nove), cabe ressaltar que no período de pandemia de COVID-19 que se vivencia, não está sendo fácil motivar os estudantes a fazerem algum tipo de atividade, seja por falta de organização, seja por que estão com familiares doentes, seja porque nem todos têm um computador com internet em casa. Outro fator que também contribuiu para uma amostra tão pequena foi a fama que a disciplina tem que ser difícil por exigir bastante no tocante ao conhecimento das disciplinas de Cálculo.

Na visão de Osti *et al.* (2021), a pandemia impactou os estudantes porque a capacidade de foco em aprendizagem modificou-se. Assim, influenciou o acompanhamento das atividades no nível superior, bem como o tempo prestado aos estudos. Por outro lado, como apontam Pereira Junior *et al.* (2020), mais especificamente, os discentes em condições mais adversas de adaptação, econômica, psicológica ou de acesso tiveram menor ânimo para desenvolver as atividades de aprendizado. Entretanto, os que tinham melhores condições de acesso, infraestrutura, vínculo com a instituição de ensino e melhor adaptabilidade mostraram-se mais comprometidos.

No tocante às bases matemáticas, uma entre tantas explicações possíveis para os erros dos alunos, como apontam Hora *et al.* (2018), pode estar associado ao fato de que as maiores quantidades de reprovação no curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal de Goiás estão no ciclo básico e que das disciplinas que mais reprovam, duas são de Física. Assim, o mesmo fato pode acontecer na Engenharia do IFMT.

Um outro fator que também deve ser considerado para explicar a falta de sucesso dos alunos pode estar ligado ao que Vidal e Cunha (2019) apontam, isto é, deficiência em bases matemáticas do Ensino Médio na maior parte dos alunos de Engenharia que ingressam no Ensino Superior. Uma deficiência matemática que como apontam Vidal *et al.* (2021b) também se apresenta em alunos de Ensino Médio no tocante à base do Ensino Fundamental de Matemática para entendimento de problemas físicos.

CONCLUSÕES

Neste trabalho, pode ser vista a compreensão qualitativa dos discentes no tocante a que fórmula utilizar para o cálculo da resistência elétrica em função da temperatura após a explanação matemática do docente. Julga-se relevante o estudo, pois o próprio teste aplicado antes da explicação denota o possível não conhecimento do tema pelos alunos ainda mesmo que eles já conheçam o cálculo integral e a série de Taylor.

De qualquer forma, seria bastante interessante que fosse apresentada a formulação e dedução mostrada neste artigo em livros de Física de ensino Superior e por que não também em livros de equações diferenciais para exemplificar aplicações de integral à Física. Uma dedução análoga poderia ser proposta para a variação da resistividade em função da temperatura.

Sugere-se para futuros trabalhos na perspectiva de equação diferencial que também se desenvolvam em aulas para o Ensino Superior uma formulação para equação do volume variando em função da pressão para a compressibilidade termodinâmica em aulas do curso de Física como também uma formulação para a equação do montante em função do tempo para uma capitalização contínua em que as taxas de rendimento variáveis no tempo em aulas do curso de Matemática.

Por fim, cabe ressaltar como é de fundamental importância o papel docente no tocante à organização do aprendizado, no domínio de conteúdo e na interação estabelecida com o discente no processo de aprendizado.

APÊNDICES

Apêndice 1: Teste com Problemas de Variação da Resistência com a Temperatura

1.A resistência elétrica de um material a 20°C é de 100 ohms. Sabendo que seu coeficiente de temperatura é 0,0061K^{-1}, calcule o valor de sua resistência elétrica a 50°C.

Resolução: utilizando a fórmula $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$, segue que:

$R = 100(1 + 0{,}0061.30)$

$R = 118{,}3\Omega$

2.Imagine que um material tenha resistência elétrica de 1000 ohms a 5 kelvin de temperatura e que seu coeficiente de temperatura varie com a temperatura segundo a expressão α(T)=2T onde T é sua temperatura em kelvin. Calcule a sua resistência quando a sua temperatura vale 6 kelvins.

Resolução: utilizando a fórmula $R = R_0 e^{\int \alpha dT}$, tem-se:

$R = 1000e^{\int_5^6 2T dT}$

$R = 1000e^{11}\Omega$

3.Imagine que o coeficiente de temperatura de um material seja constante e igual a -0,05°C^{-1} e que a 20°C sua resistência seja 600 ohms. Calcule sua resistência na temperatura de 60°C. Admita que a incerteza da grandeza física máxima admissível seja de 1%.

Resolução: utilizando-se a fórmula $R = R_0 e^{\alpha \Delta T}$, obtém-se:
$R = 600e^{-0,05.40}$
$R = 81,2\Omega$

4.Suponha que um material tem resistência de 500 ohms a 20°C.Calcule sua resistência a 50°C, sabendo que o seu coeficiente de temperatura é constante de 20° C a 30°C e igual a 0,05°C^{-1} e que de 30°C a 50°C o seu valor de coeficiente de temperatura é também constante e igual a 0,02°C^{-1}.

Resolução: utilizando a fórmula $R = R_0 e^{\int \alpha dT}$, tem-se:
$R = 500e^{10.0,05+20.0,02}$
$R = 500e^{0,9}\Omega$

Apêndice 2: Teste Qualitativo de Compreensão da Variação de Resistência com a Temperatura (Pós-Teste)

1. Considerando as 3 formas que podem ter a equação da variação da resistência com a temperatura, qual delas tem a forma mais geral?
a) Exponencial com integral; b) Exponencial sem integral;
c) Sem a função exponencial d) NDA

2. Na situação de variação da resistência com a temperatura em que o coeficiente de temperatura é constante com a temperatura, qual (is) as formulações poderiam ser utilizadas no cálculo?
a) Apenas Exponencial com integral b) Apenas Exponencial sem integral;
c) Exponencial com integral ou sem integral d) Somente a Linear;

3. Na situação de variação da resistência com a temperatura em que o coeficiente de temperatura varia com a temperatura, qual (is) da (s) formulação (ções) poderia (m) ser utilizada (s) no cálculo?
a) Apenas a Exponencial com integral; b) Exponencial sem integral e linear;
c) Linear e Exponencial com integral; d) N.D.A

4. Na situação de variação de resistência em que o coeficiente de temperatura é constante e o produto entre este e a variação de temperatura é maior do que 0,1 admitindo que a imprecisão permitida na resistência seja de 1%; qual (is) da (s) formulação (ções) poderia (m) ser utilizada (s) no cálculo?
a) Exponencial com integral e sem integral; b) Apenas Exponencial sem integral; c) Apenas Linear; d) N.D.A

5. Na situação que envolve variação da resistência em que o coeficiente de temperatura é constante e o produto entre este e a variação de temperatura é menor ou igual a 0,1 admitindo que a imprecisão permitida na resistência seja de 1%; qual (is) da (s) formulação (ções) poderia (m) ser utilizada (s) no cálculo?
a) Apenas Exponencial com integral; b) Apenas Exponencial sem integral;
c) Apenas Linear; d) N.D.A

REFERÊNCIAS

BAUER, W.; WESTFALL, G. D.; DIAS, H. **Física para Universitários: Eletricidade e Magnetismo**. AMGH Editora Ltda. Porto Alegre, 2014.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. S. **Física 3**. Editora LTC, 5ª edição, Rio de Janeiro, 2003.

HORA, K. E. R.; MESQUITA, G. G. M.; GOMES, R. B. Análise das Reprovações Discentes no Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal de Goiás. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v.14, n.1, 66 – 82, 2018. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/bitstream/ri/17399/5/Artigo%20-%20Karla%20Emmanuela%20Ribeiro%20Hora%20-%202018.pdf

JEWETT JUNIOR, J. W.; SERWAY, R.A. **Física para Cientistas e Engenheiros volume 3**. Editora Cengage Learning, 9ª edição, São Paulo, 2017.

PEREIRA JUNIOR, L.; MATOS, S. N.; BORGES, H. B. **Revistas Novas Tecnologias na Educaçã**o, v.18, n.2, dez/2020. DOI: 10.22456/1679-1916.110252. Disponível em https://www.seer.ufrgs.br/renote/article/view/110252.

OSTI, A.; PONTES JÚNIOR, J. A. F.; ALMEIDA, L. S. O Comprometimento Acadêmico no Contexto da Pandemia da COVID-19 em Estudantes Brasileiros do Ensino Superior. **Revista Prâksis,** Novo Hamburgo, a. 18, n. 3, set./dez. 2021. DOI: https://doi.org/10.25112/rpr.v3.2676. Disponível em: http://repositorium.uminho.pt/handle/1822/74311.

RYAN, M. **Cálculo para Leigos**. *2ª edição*. Ed. Alta Books, Rio de Janeiro, 2009.

STEWART, J. **Cálculo volume 1**. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2019a.

STEWART, J. **Cálculo volume 2**. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2019b.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física volume 2**. Quinta edição, Editora LTC, Rio de Janeiro, 2006.

VIDAL, L. A.; CUNHA, C. R. A reprovação nas disciplinas de Física na engenharia causada pela ausência de bases matemáticas nos Ensinos Fundamental e Médio. **Experiências em Ensino de Ciências**. v.14, n.1, 2019. Disponível em https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/50

VIDAL, L. A.; TAVARES, A. S.; FARIAS, S. S. A Dilatação Térmica em uma Perspectiva de Variação Infinitesimal Abordada no Curso de Física Básica da Engenharia. **Experiências em Ensino de Ciências,** v.16, n.2, 2021a. Disponível em https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/download/934/832/

VIDAL, L.A.; CUNHA, C.R. BUENO, C. N. Dificuldades no Aprendizado de Física do Ensino Médio em Função da Deficiência na Matemática do Ensino Fundamental. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas,** v.22 n.5, 2021b. Disponível em https://revistaensinoeeducacao.pgsskroton.com.br/article/view/8698 DOI: https://doi.org/10.17921/2447-8733.2021v22n5p681-685.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física III**. Editora Pearson, 14ª edição, São Paulo, 2016.