



## ARMADILHAS GRÁFICAS: MESMO CONJUNTO DE DADOS, DIFERENTES CONCLUSÕES

<sup>1</sup>Janduy Guerra Araújo, <sup>2</sup>Glauciane Danusa Coelho, <sup>3</sup>Aleffy Gil Pereira da Silva, <sup>4</sup>Kamila Katiane Sotero Silva, <sup>5</sup>Tuilly de Fátima Furtado Guerra

<sup>1,2</sup> Professores Doutores do curso de Engenharia de Biotecnologia e Bioprocessos da UFCG, Sumé – PB, Brasil. E-mails: <sup>1</sup>janduy.guerra@gmail.com

<sup>3</sup> Graduando no curso de Engenharia de Biotecnologia e Bioprocessos da UFCG, Sumé - PB, Brasil.

<sup>4</sup> Graduando no curso de Biosistemas da UFCG, Sumé – PB, Brasil.

<sup>5</sup> Doutoranda do curso de Engenharia Civil e Sanitária da UFCG, Campina Grande – PB, Brasil.

Recebido em: 06/04/2019 – Aprovado em: 10/06/2019 – Publicado em: 30/06/2019  
DOI: 10.18677/EnciBio\_2019A175

### RESUMO

Frequentemente os problemas encontrados na literatura científica que envolvem modelagem microbiológica são analisados no âmbito matemático. Em particular, dados oriundos de modelos de crescimento populacional microbiológico, sejam eles primários ou secundários de natureza determinística ou estocástica são apresentados mediante uma das formas: Verbal, numérica, algébrica, gráfica ou uma combinação destas. A opção gráfica usada para o esboço de gráficos é de importância crucial para a obtenção de características importantes de uma curva, como ponto de inflexão, concavidade e assíntotas. A metodologia utilizada consistiu em obter, via regressão linear, três curvas polinomiais de ajuste aos dados de taxas de crescimento específico de um microrganismo. Em seguida, para evidenciar a importância da escolha gráfica apropriada foram utilizadas duas opções gráficas distintas do Excel para esboçar os gráficos das funções. Adicionalmente, para demonstrar a importância do Cálculo diferencial na análise de dados em conjunção com os gráficos, foram esboçados gráficos de funções polinomiais e trigonométricas em retângulos de visualização diferentes. Os resultados obtidos demonstram que a análise gráfica não deve estar isolada do Cálculo Diferencial, pois muitas vezes o gráfico é enganoso ou oculta detalhes importantes e que, portanto, um mesmo conjunto de dados pode revelar características distintas dependendo da metodologia gráfica utilizada.

**PALAVRAS - CHAVE:** Cálculo Diferencial, Gráficos, Modelos Microbiológicos

### PITFALLS OF GRAPHING: SAME DATA SET, DIFFERENT CONCLUSIONS

### ABSTRACT

Frequently the problems found in the scientific literature that involve microbiological modeling are analyzed in the mathematical scope. In particular, data from microbiological population growth models, whether primary or secondary deterministic or stochastic in nature, are presented in one of the following forms: Verbal, numerical, algebraic, and graphical or a combination of these. The graphical

option used for plotting graphs is of crucial importance for obtaining important features of a curve, such as inflection point, concavity, and asymptotes. The methodology used consisted of obtaining, through linear regression, three polynomial curves of fit to data of specific growth rates of a microorganism. Then, to emphasize the importance of the appropriate graphical choice, two different graphical options of Excel were used to sketch the graphs of the functions. In addition, to demonstrate the importance of Differential Calculus in data analysis in conjunction with graphs, graphs of polynomial and trigonometric functions were plotted on different viewing rectangles. The results obtained demonstrate that the graphical analysis should not be isolated from the Differential Calculus, since often the graph is misleading or hidden important details and that, therefore, a same set of data can reveal different characteristics depending on the graphical methodology used.

**KEYWORDS:** Differential Calculus, Graphs, Microbiological Models

## INTRODUÇÃO

Hartle et al. (2015) destacam que recentemente há muitas pesquisas envolvendo gráficos em artigos científicos, mas que há dificuldades metodológicas envolvendo-os. Os autores, adicionalmente, enfatizam que algumas formas de plotar os gráficos são melhores comparativamente a outras e revela que muitas revistas internacionais exigem a apresentação dos dados em tabelas ou em gráficos e não, em ambos, mas que isto pode impedir a obtenção de diferentes características em um mesmo conjunto de dados.

Em artigo sobre as armadilhas de representações visuais Bresciani e Eppler (2015) buscaram entender as possíveis limitações da representação gráfica e observaram que uma grande quantidade de pesquisa aborda os benefícios da visualização, mas que a análise sistemática dos possíveis enganos em gráficos não recebe atenção devida.

Um ramo da Biologia que se utiliza extensivamente de dado é a Microbiologia Preditiva. Sendo esta, de conformidade com Ross e McMeekin (1994) baseada sob a premissa de que as respostas de populações de microrganismos são reproduzíveis. Assim, ao caracterizar o ambiente em termos de fatores dominantes, os quais controlam as respostas de crescimento, é possível por meio de observações passadas, predizerem o crescimento desses microrganismos em ambientes similares. Para apresentar esses resultados, as tabelas (representação numérica) e os gráficos são utilizados em grande escala. Mas, muitas vezes as evidências gráficas são tomadas como verdadeiras sem uma comprovação mediante o cálculo diferencial.

Bavdkar (2015) adverte que apesar dos gráficos ajudarem o leitor a ver, entender e memorizar detalhes dos dados, os autores necessitam saber o momento e como este deve ser utilizado. Ele acrescenta ainda que o pesquisador tome como ponto de partida o princípio de que o atributo mais importante de um bom gráfico é ser chamativo para os dados em detrimento de si mesmo. Exemplos de exibições de resultados de predição de crescimento populacional de microrganismos por meio de modelos primários e secundários, mediante gráficos podem ser encontrados em Leggieri et al. (2016), Silva et al. (2017), Longhi et al. (2017) dentre outros.

Uma curva de uso frequente dos microbiologistas é a Sigmoides, que segundo Baranyi et al. (1999) é dividida tradicionalmente, nas fases lag, exponencial e estacionária. Na definição clássica, a taxa do máximo crescimento específico, denotado por  $\mu$ , pode ser estimada pela inclinação da reta tangente a curva

sigmoide no ponto de inflexão, a qual é a curva de ajuste aos dados que representam o logaritmo da variável preditora *versus* tempo.

O presente estudo teve como objetivo ilustrar o efeito da escolha do retângulo de visualização em evidenciar características importantes de uma curva, como ponto de inflexão, valores extremos, assíntotas e concavidade e do método gráfico escolhido para esboçar as curvas utilizando os dados de Baranyi e Roberts (1995). Adicionalmente, objetivou-se por intermédio do esboço de gráficos de funções polinomiais e trigonométricas que a análise dos dados ficaria comprometida em detrimento da escolha do retângulo de visualização e que para sanar esse problema o cálculo diferencial deveria ser utilizado para confirmar as evidências gráficas ou revelar possíveis características qualitativas da curva ocultas pelos gráficos.

### MATERIAL E METODOS

A pesquisa foi conduzida no período compreendido entre janeiro e abril de 2019 e partiu da percepção, após a leitura de alguns artigos científicos, na área de Biotecnologia e em outras áreas correlatas, que comumente faltava uma abordagem sistemática de cálculo diferencial à análise dos dados experimentais. O trabalho se desenvolveu como segue:

Os dados, oriundos de Baranyi e Roberts (1995), das taxas de crescimento específico máximo,  $\mu_{\max}$  (Tab. 1), de um microrganismo, submetido a valores de pH no intervalo de 4,5 a 7,0 e sob outras condições ambientais, tais como, temperatura, medida de inoculação, atividade de água, etc., mantidas constantes foram utilizados para ajustes dos polinômios  $f_1$  - Segunda Ordem -,  $f_2$  -Terceira Ordem - e,  $f_3$  - Segunda Ordem -, mas em função do pH reescalonado por  $(7-pH)^2$ , exibidos, respectivamente, pelas Equações (1), (2) e (3).

$$f_1(pH) = b(pH)^2 + c(pH) + d \quad (1)$$

$$f_2(pH) = a(pH)^3 + b(pH)^2 + c(pH) + d \quad (2)$$

$$f_3((7 - pH)^2) = b((7 - pH)^2)^2 + c(7 - pH)^2 + d \quad (3)$$

Em que os coeficientes a, b, c e d foram obtidos mediante o ajuste dos polinômios aos dados com a técnica dos mínimos quadrados. A regressão linear foi empregada usando-se funções intrínsecas do Software Comercial Excel.

Com a finalidade de avaliar o efeito da metodologia de esboço do gráfico sobre características importantes da curva, como ponto de valor máximo, ponto de valor mínimo, ponto de inflexão etc., os gráficos dos polinômios supracitados foram plotados usando-se a opção gráfica *Trendline* do Software Excel. Em seguida os gráficos foram obtidos por intermédio da opção Scatter With Smooth Lines and Markers do mesmo Software.

**QUADRO 1:** Exemplo de dados de crescimento máximo específico em diferentes valores de pH

pH	$\mu_{\max}$
4,5	0,112
4,5	0,129
4,6	0,132
4,6	0,123
4,7	0,212
5,0	0,387

5,0	0,317
5,0	0,378
5,1	0,373
5,5	0,451
5,6	0,368
5,6	0,459
5,6	0,416
6,0	0,423
6,0	0,482
6,0	0,469
6,9	0,488
7,0	0,462
7,0	0,531
7,0	0,506
7,0	0,468
7,0	0,476

**Fonte:** Extraído de Baranyi e Roberts (1995)

A seguir, com a pretensão de demonstrar a importância da escolha adequada do retângulo de visualização gráfica e da importância do Cálculo Diferencial para confirmar as impressões gráficas e acrescentar informações sobre possíveis características importantes das curvas, ocultas por intermédio somente do gráfico, foram esboçados, usando o software Excel os gráficos: i) da função polinomial de sexto grau dada pela Eq. (4), como:

$$f(x) = 2x^6 + 3x^5 + 3x^3 - 2x^2 \quad (4)$$

Em: a) um retângulo gráfico de visualização com as dimensões inapropriadas, no sentido de não revelar características importantes da função, e b) em outros retângulos de visualização com as dimensões sequencialmente mais apropriadas, além de suas derivadas de primeira e segunda ordem, de acordo com as Equações (5) e (6), respectivamente, por:

$$f'(x) = 12x^5 + 15x^4 + 9x^2 - 4x \quad (5)$$

e

$$f''(x) = 60x^4 + 60x^3 + 18x - 4 \quad (6)$$

ii) foi plotado o gráfico da função trigonométrica dada pela Eq. (7), como:

$$f(x) = \sin x + \frac{1}{100} \cos(100x) \quad (7)$$

Usando-se dois retângulos de Visualização com a intenção de mostrar que um único gráfico não é suficiente para mostrar todas as características da curva.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Polinômios de Segunda e Terceira Ordem usados em Baranyi e Roberts (1995)

A Tabela 1 apresenta detalhadamente os resultados do ajustamento dos três polinômios, expressos pelas Equações (1), (2) e (3), exibidas anteriormente, na seção Materiais e Métodos. Os coeficientes polinomiais a, b, c e d foram estimados

mediante regressão linear, usando-se os dados oriundos da Tab. 1. Constatou-se, facilmente, na Tab. 2, que, do ponto de vista matemático, em termos de ajustamento o polinômio de terceira ordem é sem sombra de dúvidas o melhor dos três polinômios, com  $R^2$  em torno de 95%, contra aproximadamente 91% de  $f_1$  e aproximadamente 94% de  $f_3$ .

**TABELA 1:** Resultados do ajuste dos polinômios  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  aos dados da Tab. 1

$f_1(\text{pH})$		a	b	c	d
<b>Coefficientes estimados</b>			-0,09746	1,25908	-3,556589
<b>Erro</b>			0,01445	0,16864	0,48145
<b>Padronizado</b>					
<b>Valor t</b>			-6,74471	7,46618	-7,38729
<b><math>R^2</math> Estatístico</b>	0,91231				
<b>Soma dos Quadrados dos Resíduos</b>	0,03506				
<b>Valor F</b>	98,83621				
<b><math>f_2(\text{pH})</math></b>					
<b>Coefficientes estimados</b>		0,08671	-1,59250	9,73458	-19,35879
<b>Erro</b>		0,02383	0,41099	2,33277	4,35864
<b>Padronizado</b>					
<b>Valor t</b>		3,63902	-3,87479	4,17297	-4,44148
<b><math>R^2</math> Estatístico</b>	0,94948				
<b>Soma dos Quadrados dos Resíduos</b>	0,02020				
<b>Valor F</b>	112,76101				
<b><math>f_3((7-\text{pH})^2)</math></b>					
<b>Coefficientes estimados</b>			-0,00964	0,00056	0,48040
<b>Erro</b>			0,001981	0,012133	0,013198
<b>Padronizado</b>					
<b>Valor t</b>			-4,86430	0,046506	36,40106
<b><math>R^2</math> Estatístico</b>	0,94274				
<b>Soma dos Quadrados dos Resíduos</b>	0,02289				
<b>Valor F</b>	156,41967				

Fonte: Autoria própria

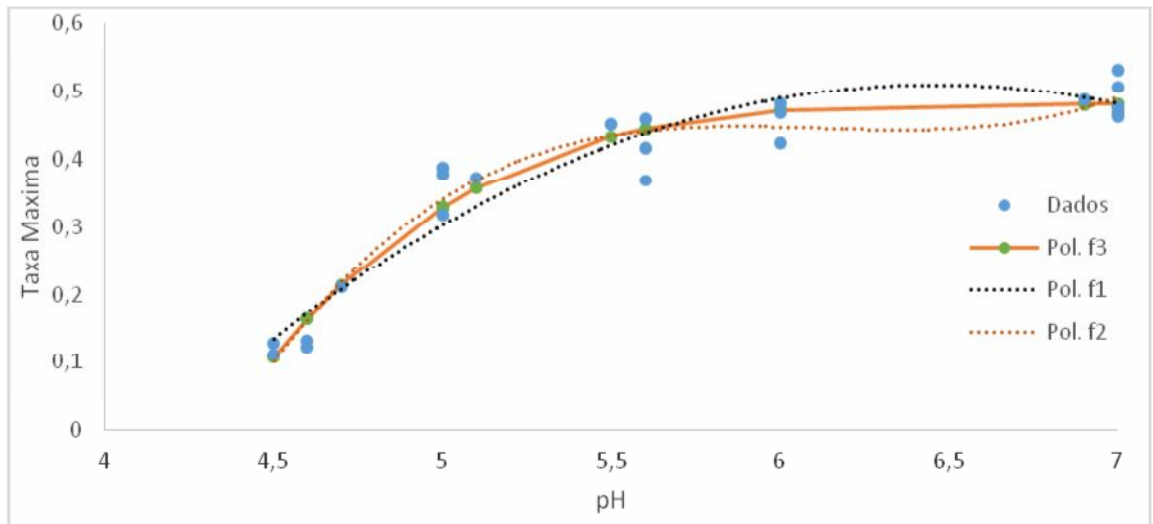
Na Fig. 1, como em Baranyi e Roberts (1995), as curvas dos polinômios foram plotadas usando-se opção *Trendline* do Excel enquanto que, na Fig. 2, utilizando-se a opção *Scatter With Smooth Lines and Markers*. Após o ajuste, obtêm-se as Equações polinomiais (8), (9) e (10).

$$f_1(\text{pH}) = -0,09746(\text{pH})^2 + 1,25908(\text{pH}) - 3,556589 \quad (8)$$

$$f_2(\text{pH}) = 0,08671(\text{pH})^3 - 1,59250(\text{pH})^2 + 9,73458(\text{pH}) - 19,35879 \quad (9)$$

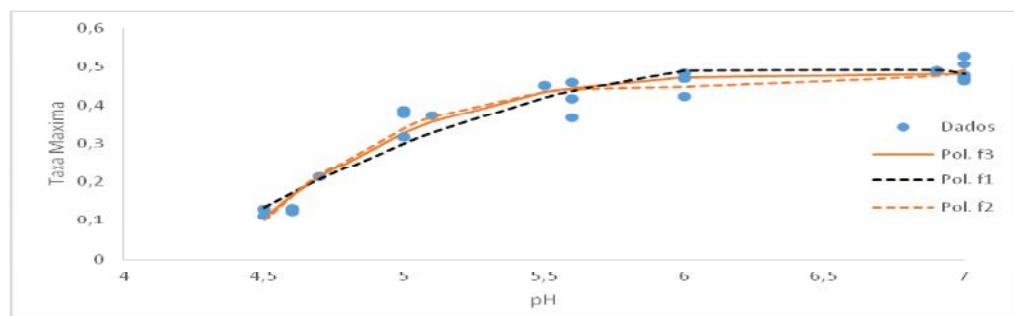
$$f_3((7 - \text{pH})^2) = -0,00964((7 - \text{pH})^2)^2 + 0,00056(7 - \text{pH})^2 + 0,48040 \quad (10)$$

Analisando-se a Fig. 1 os autores supracitados constataram que no intervalo  $6 < \text{pH} < 7$ , no qual não existem dados, a curva de  $f_1$  inicialmente aumenta e depois diminui, apresentando um máximo em torno do  $\text{pH} = 6,5$  enquanto que o polinômio de terceira ordem  $f_2$  sugere exatamente o contrário, ou seja,  $\mu_{\text{max}}$  primeiro diminui até atingir um valor mínimo local em torno também de  $\text{pH} = 6,5$  e depois aumenta. Eles enfatizaram que não haveria razão explícita para prever um valor máximo ou mínimo em  $\text{pH}$  menor que 7,0, como indicado pelos dados e, como consequência drástica, se esses polinômios fossem tomados como preditores, seus resultados para  $\text{pH} = 6,5$  seriam piores que uma estimativa visual.



**FIGURA 1.** Taxas de Máximo crescimento específico em diferentes valores de pH, ajustados dados pelas Equações (8), (9) e (10): **Fonte:** Autores

Quando eles reescalonaram a variável explicativa por  $(7 - \text{pH})^2$  observaram, mediante regressão quadrática, que a curva  $f_3((7 - \text{pH})^2)$  obtida seria monótona crescente em toda a região experimental e ainda o polinômio mais adequado dos três para o modelo preditivo da taxa de máximo crescimento específico.



**FIGURA 2.** O mesmo que na Fig. 1, exceto que as curvas foram plotadas com a opção Scatter With Smooth Lines and Markers do Excel. **Fonte:** Autores

Na Fig. 2, é nítido, que no intervalo de  $6 < \text{pH} < 7$ , não há evidências de valores extremos das funções polinomiais  $f_1(\text{pH})$  e  $f_2(\text{pH})$  como sugerido pelas curvas das funções  $f_1$  e  $f_2$  exibidas na Fig. 1, mesmo sem a dispersão dos dados naquela figura indicar. A limitação gráfica é destacada em Bresciani e Eppler (2015) Este resultado serve de alerta para que se use o Cálculo Diferencial em conjunto

com os gráficos para evitar conclusões equivocadas a respeito da modelagem de fenômenos como modelos de crescimento populacional.

As características distintas do mesmo conjunto de dados revelados pelas Fig. 1 e Fig. 2 corroboram com a advertência de Bavdkar (2015) quanto ao uso de gráficos, em que o pesquisador deverá atentar para o fato que o atributo mais importante de um bom gráfico é ser chamativo para os dados em detrimento de si mesmo.

Os resultados apresentados nas Fig. 1 e Fig. 2 e na Tab. 2 poderiam servir de alerta para três situações possíveis de acontecer na análise dos dados:

i) Uma situação que pode ocorrer na prática, é que muitas vezes o pesquisador usa exclusivamente um determinado software para ajustar alguma função implícita, contida na biblioteca computacional do referido programa, aos dados do experimento. Na figura obtida é exibido juntamente com o gráfico da função ajustada o valor do coeficiente de determinação, o  $R^2$  estatístico. Quando o valor deste coeficiente é próximo de 1, que é um indicativo de um bom ajuste, o pesquisador conclui, sem uma comprovação do cálculo diferencial, que aquela função exibida pelo gráfico é o modelo matemático representativo do fenômeno que está sendo investigado, podendo estar cometendo um erro;

ii) Outra conjectura que eventualmente pode ocorrer é quando o pesquisador decide, mediante a adição de parâmetros e conseqüentemente aumento de  $R^2$ , afirmar erroneamente que a relação funcional que apresenta o melhor ajuste, ou seja, maior valor do coeficiente de determinação seria a mais adequada para representar os dados. Como foi visto na Tab. 2, da seção anterior, o polinômio de terceiro grau apresentou o melhor ajuste comparativamente com os polinômios de segundo grau, entretanto, foi o polinômio de segundo grau com a variável independente reescalada por  $(7-pH)^2$  que reproduziu as principais características qualitativas dos dados de Baranyi e Roberts (1995) exibidos na Tab. 1.

iii) Ainda, o uso de diferentes opções de plotagem gráficas oriundas de um mesmo software como as opções Trendlines e Scatter With Smooth Lines and Markers do Excel aplicadas a um mesmo conjunto de dados implicaria em diferentes conclusões. Portanto se Baranyi e Roberts (1995) tivessem escolhido a segunda opção (Trendlines e Scatter With Smooth Lines), eles possivelmente não teriam chegado à conclusão de que o polinômio quadrático com a variável quadrática reescalada seria a melhor relação funcional para os dados da Tab. 1.

Acrescente-se a esses fatos que a escolha da janela de visualização gráfica para exibir resultados da pesquisa poderá influenciar nas evidências fornecidas pela leitura do gráfico, ou seja, um mesmo conjunto de dados poderá revelar diferentes características em janelas retangulares de visualização distintas ou, até mesmo, evidenciar características qualitativas inexistentes. Estes resultados são apresentados nas figuras subsequentes e estão em concordância com Hartle et al., (2015) que apontam que há dificuldades metodológicas envolvendo gráficos, apesar de haver muitas pesquisas envolvendo-os.

Portanto, o cientista deve estar atento a essas “armadilhas” gráficas e usar o cálculo diferencial para comprovar seus resultados, de modo que o gráfico deverá ser o produto final de sua pesquisa e não a única ferramenta para análise dos resultados.

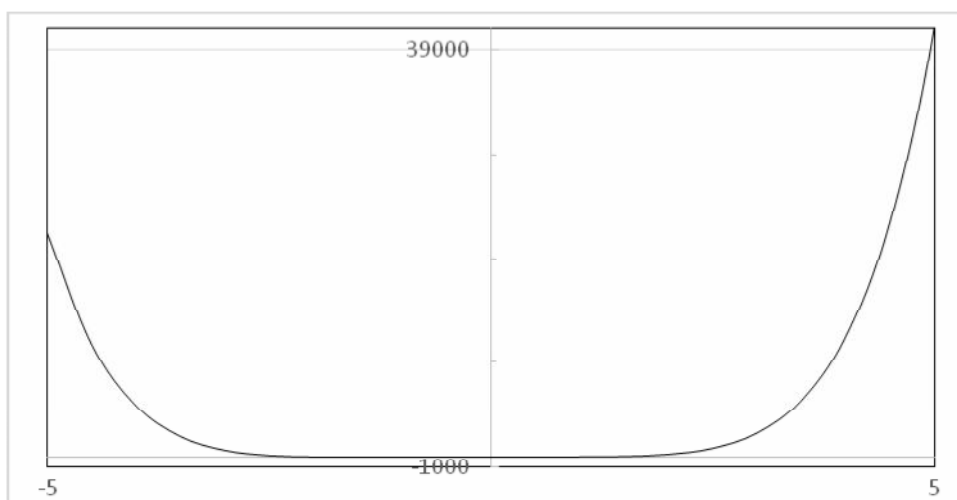
A discussão que segue adiante está contida em Stewart (2012) e pode desempenhar um papel muito importante dentro do contexto da Microbiologia Preditiva, visto que esta área se apropria bastante tanto de gráficos para exibição

dos seus resultados como também do Cálculo Diferencial para a formulação dos modelos matemáticos, como pode ser constatado em Leggieri et al. (2016), Silva et al. (2017), Longhi et al. (2017). Neste sentido, é importante destacar que estas ferramentas deverão ser exploradas em conjunto e não isoladamente.

### Gráfico da função polinomial dada na Eq. (4)

i) Retângulo de Visualização  $[-5, 5] \times [-1000, 4100]$

Neste retângulo de Visualização, Fig. 3, seria evidenciado apenas o comportamento assintótico da curva, o que seria análogo ao termo de mais alta ordem,  $2x^6$ , ocultando detalhes importantes, como valores extremos, pontos de inflexão e concavidade da curva, sendo que em particular, o ponto de inflexão tem importância crucial na Teoria Clássica que define o tempo Lag,  $\tau$ , de modo que é difícil a determinação gráfica e mesmo imprecisa mediante modelos microbiológicos que são sensíveis à forma da curva de crescimento, a exemplo do modelo de Gompertz, o que parece ser um dos motivos pelo qual Baranyi *et al.* (1993) formularam um conceito de lag independentemente da forma da curva.

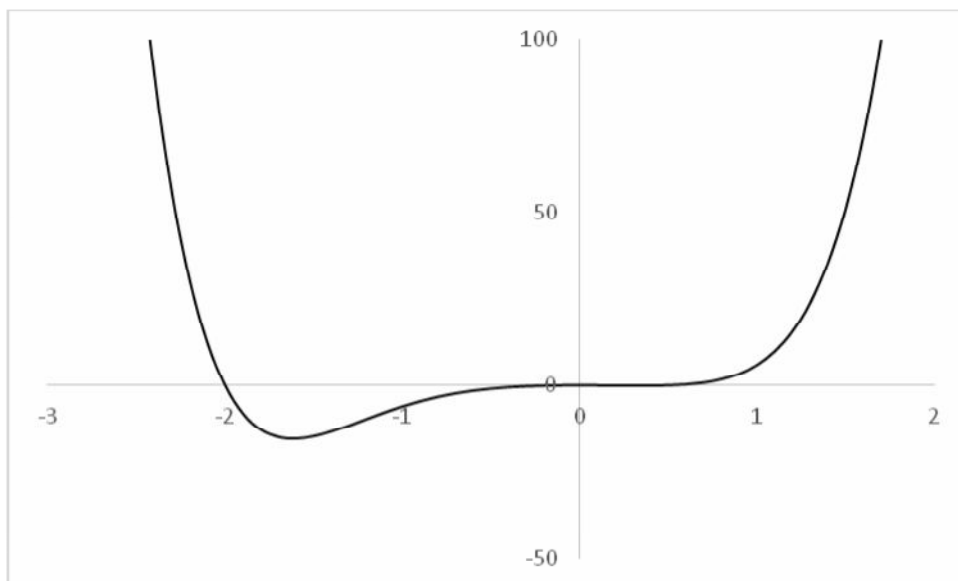


**FIGURA 3.** Gráfico da função polinomial expressa pela Eq. (4) no Retângulo de Visualização  $[-5, 5] \times [-1000, 4100]$ . **Fonte:** Autores

ii) Retângulo de Visualização  $[-3, 2] \times [-50, 100]$

O gráfico exibido na Fig. 4 é mais apropriado que no retângulo de Visualização anterior, evidenciando que há um valor mínimo absoluto de aproximadamente  $-15,33$  quando  $x$  tende a  $-1,62$ . Também, parece haver uma tangente horizontal na origem e pontos de inflexão, quando  $x = 0$  e  $-2 < x < 1$ .

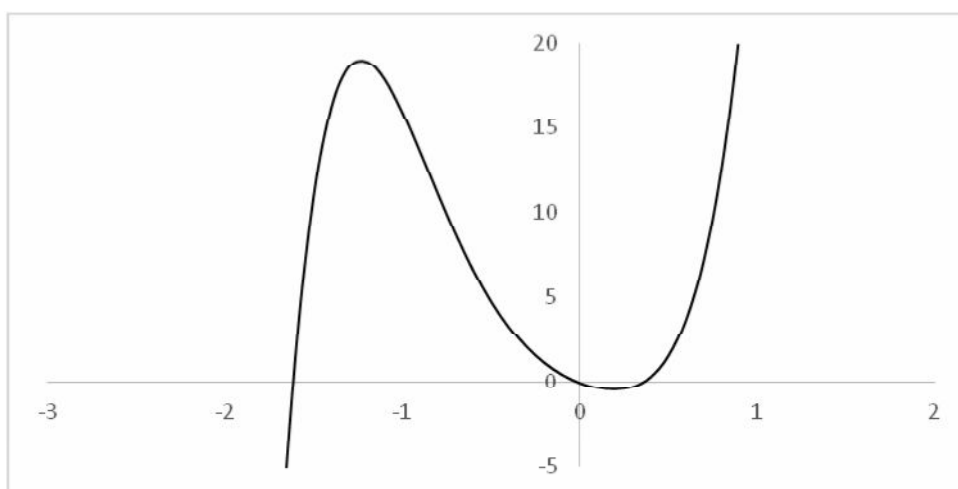




**FIGURA 4.** Gráfico da função polinomial, Eq. (4), no Retângulo de Visualização  $[-3, 2] \times [-50, 100]$ . **Fonte:** Autores

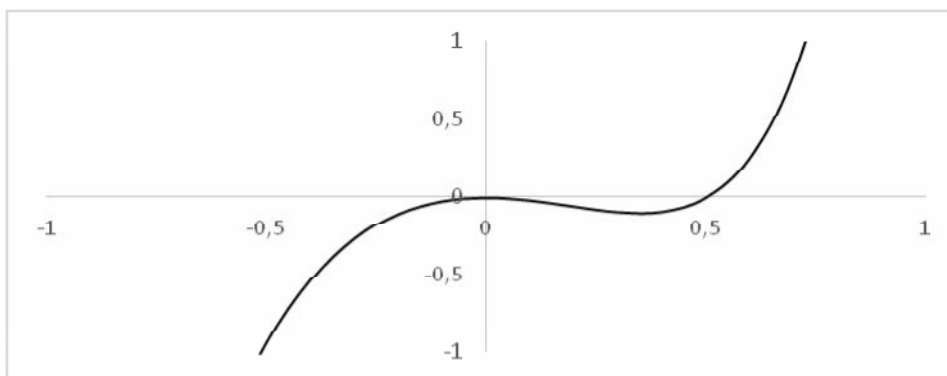
iii) Uso do Cálculo Diferencial para checar as evidências gráficas e obter detalhes adicionais

Usando-se as regras de diferenciação do Cálculo Diferencial obteve-se a primeira derivada de  $f(x)$ , dada na Eq. (5) e, mediante seu gráfico, exibido na Fig. 5, observa-se que a função primitiva troca de sinal (de negativo para positivo) em  $x = -1,62$ , confirmando assim, via Teste da Primeira Derivada, o valor mínimo absoluto evidenciado pela Fig. 4.



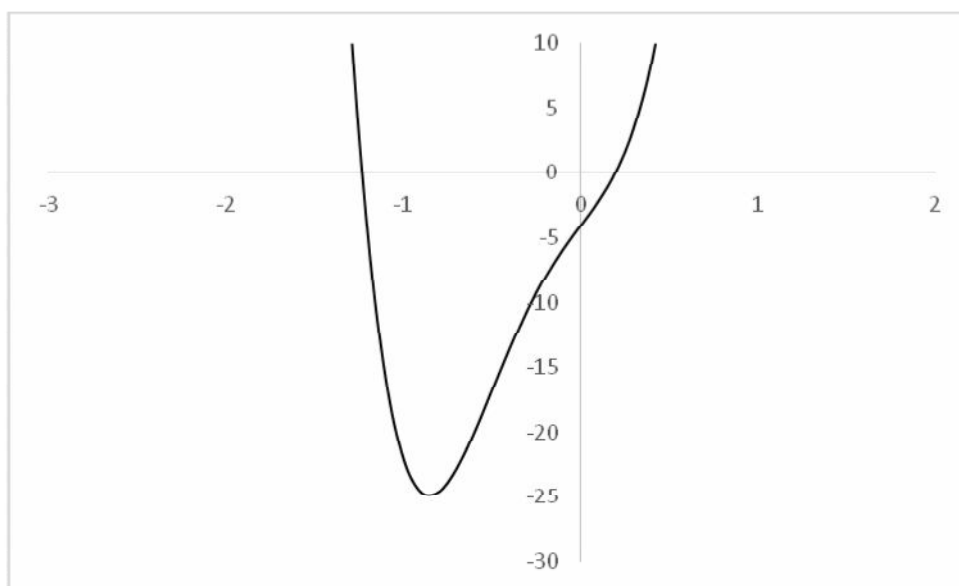
**FIGURA 5.** Gráfico da função polinomial dada da Eq. (5). **Fonte:** Autores

Adicionalmente, com auxílio gráfico de  $f'(x)$  e do cálculo diferencial implica que dado que esta função troca de sinal (de positivo para negativo) em  $x = 0$ , implica que a função primitiva  $f(x)$  tem um valor máximo local em  $x = 0$ . Também  $f'(x)$  muda de sinal (de negativo para positivo) quando  $x = 0,35$ , o que implica que  $f(x)$  tem um valor mínimo local ali. É importante salientar, que estes últimos resultados ficaram ocultos na Fig. 4 e pode ser revelado da Fig. 6, que se constitui numa ampliação do gráfico de  $f(x)$  daquela figura em torno da origem, mais precisamente, um valor máximo local  $f(0) = 0$  e um valor mínimo local  $f(x = 0,35) = -0,1$ .



**FIGURA 6.** Gráfico ampliado, em torno da origem, da função polinomial, apresentada na Eq. (4). **Fonte:** Autores

No que tange aos pontos de inflexão, a experiência mostra que é bastante difícil a determinação precisa exclusivamente pela leitura gráfica da função primitiva,  $f$ , tornando imperioso o auxílio do Cálculo Diferencial (via Teste de Concavidade e conceito do ponto de inflexão) para tornar mais simples esta tarefa. Neste âmbito, diferenciando-se a função  $f(x)$  dada na Eq. (5) obtém-se, explicitamente,  $f'(x)$ , expresso na Eq. (6), de modo que com ajuda de seu gráfico, Fig. 7, nota-se que a segunda derivada troca de sinal (de negativo para positivo) quando  $x = -1,23$  e (de positivo para negativo) quando  $x = 0,19$ . Sendo assim,  $f(x)$  é côncava nos intervalos  $-1,23 < x < 0,19$  e  $0,19 < x < 1,23$  e convexa em  $x < -1,23$  e  $x > 1,23$ , o que significa que os pontos de inflexão são  $(-1,23, -10,18)$  e  $(0,19, -0,05)$ .

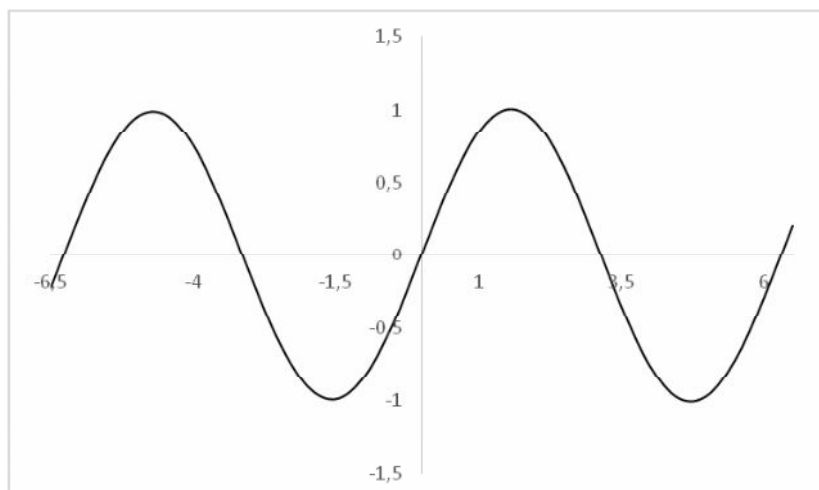


**FIGURA 7.** Gráfico da função polinomial exibida na Eq. (6). **Fonte:** Autores

### Gráfico da função Trigonométrica dada na Eq. (7)

i) Retângulo de Visualização  $[-6,5, 6,5] \times [-1,5, 1,5]$

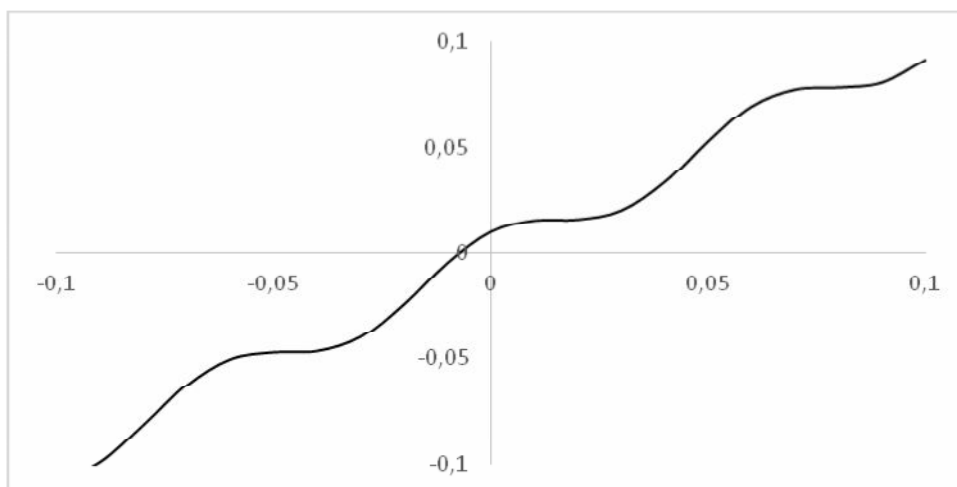
O gráfico desta função, apresentado na Fig. 8, é bastante semelhante ao gráfico da função senoidal  $\text{sen}x$ , de modo que visualmente seria indistinguível uma da outra, ou seja, o gráfico de  $\text{sen}x$  sobrepõe-se ao de  $f(x)$ , portanto ocultando a natureza real de  $f(x)$  no que concernem as lombadas.



**FIGURA 8.** Gráfico da função trigonométrica expressa na Eq. (7) no retângulo de visualização  $[-6,5, 6,5] \times [-1,5, 1,5]$ . **Fonte:** Autores

ii) Retângulo de Visualização  $[-0,1, 0,1] \times [-0,1, 0,1]$

Nesta janela quadrada, Fig. 9, é possível a obtenção de uma ampliação, em torno da origem, do gráfico exibido na figura anterior, destacando a forma das lombadas que não se apresentaram a olho nu quando  $f(x)$  é exibido em  $[-6,5, 6,5] \times [-1,5, 1,5]$ .



**FIGURA 9.** O mesmo que na Fig. 8, exceto que,  $-0,1 < x < 0,1$  e  $-0,1 < f(x) < 0,1$ . **Fonte:** Autores.

A justificativa para a necessidade de duas janelas retangulares para esta função deve-se ao fato de que o segundo termo é muito menor que o primeiro,  $\frac{1}{100} \cos 100x \ll \sin x$ , de sorte que nem sempre é suficiente apenas um retângulo de visualização apropriado para o gráfico exibir a natureza real da função em questão.

### CONCLUSÃO

Os pesquisadores que lidam com dados devem ser cautelosos quando utilizarem análises gráficas para a obtenção de informações pertinentes a seu estudo. Os gráficos são aliados do pesquisador, quando são usados de forma correta e seu uso é potencializado quando aliado ao Cálculo, que serve para confirmar as impressões de cunho visual e ainda, complementar alguns resultados

não mostrados pelo gráfico. Deve-se atentar para a escolha apropriada da janela de visualização (domínio X imagem) e para o fato de que, muitas vezes, se faz necessário escolher mais que uma janela de visualização para a exibição de mais detalhes dos dados. Caso contrário, um mesmo conjunto de dados pode resultar em diferentes conclusões, dependendo da metodologia gráfica utilizada.

## REFERÊNCIAS

BARANYI, J.; ROBERTS, T. A. Mathematics of predictive food microbiology. **International Journal of Food Microbiology**, v. 26, n. 2, p. 199–218, 1995. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/1366/9dd37bb3816c360bf105255a66c81b2bd311.pdf>> Acesso em 12/02/2019.

BARANYI, J.; ROBERTS, T. A.; MCCLURE, P. Some properties of a nonautonomous deterministic growth model describing the adjustment of the bacterial population to a new environment. **Mathematical Medicine and Biology**, v. 10, n. 4, p. 293–299, 1993. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/31472930>> DOI: 10.1093/imamb/10.4.293. Acesso em 14/02/2019.

BAVDEKAR, S. B. Using tables and graphs for reporting data. **Journal of Association of Physicians of India**, v. 63, n. 10, p. 59–63, 2015. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/282506195\\_Using\\_Tables\\_and\\_Graphs\\_for\\_Reporting\\_Data/download](https://www.researchgate.net/publication/282506195_Using_Tables_and_Graphs_for_Reporting_Data/download)> Acesso em 14/02/2019.

BRESCIANI, S.; EPPLER, M. J. The pitfalls of visual representations: A review and classification of common errors made while designing and interpreting visualizations. **SAGE Open**, v. 5, n. 4, p. 1-14, 2015. Disponível em: <<https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/2158244015611451>> DOI: 10.1177/2158244015611451. Acesso em 14/02/2019.

HARTLEY, J.; CABANAC G.; KOZAK, M.; HUBERT, G. Research on tables and graphs in academic articles: Pitfalls and promises. **Journal of the Association for Information Science and Technology**, v. 66, n. 2, p. 428–431, 2015. Disponível em <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/asi.23208>> DOI: 10.1002/asi.23208. Acesso em 14/02/2018.

LEGGIERI, M. C.; DECONTARDI, S.; BERTUZZI, T.; PIETRI, A.; BATTILANI, P.; Modeling growth and toxin production of toxigenic fungi signaled in cheese under different temperature and water activity regimes. **Toxins**, v. 9, n. 1, p. 1–17, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/toxins9010004>> DOI: 10.3390/toxins9010004 >. Acesso em 14/02/2019.

LONGHI, D. A.; DALCANTON, F.; ARAGÃO, G.M.F.; CARCIOFI, B.A.M.; LAURINDO, J.B.; Microbial growth models: A general mathematical approach to obtain  $\mu_{\max}$  and parameters from sigmoidal empirical primary models. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v. 34, n. 2, p. 369–375, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/0104-6632.20170342s20150533>> DOI: 10.1590/0104-6632.20170342s20150533. Acesso em 14/02/2019.

ROSS, T.; MCMEEKIN, T. A. Predictive microbiology. **International Journal of Food Microbiology**, v. 23, n. 3, p. 241–264, 1994. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0168160594901554>> DOI: 10.1016/0168-1605(94)90155-4. Acesso em: 14/02/2019.

SILVA, N. B.; BARANYI, J.; CARCIOFI, B. A. M.; ELLOUZE, M. From culture-medium-based models to applications to food: Predicting the growth of *B. cereus* in reconstituted infant formulae. **Frontiers in Microbiology**, v. 8, n. 9, p. 1–7, 2017. Disponível em: < <https://doi.org/10.3389/fmicb.2017.01799> > DOI:10.3389/fmicb.2017.01799. Acesso em 14/02/2019.

STEWART, J. Calculus. 7 th ed. [s.l.] **Cengage Learning**, 2012.