



PREDIÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE UM FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA COM A FUNÇÃO DE GOMPERTZ

Carlos Roberto Sanquetta¹Luis Cesar R. da Silva²André Leonardo Bortolotto Buck³ Matheus Silva⁴ Enrique Orellana⁵

¹Eng. Florestal, Ph.D., Departamento de Ciências Florestais, UFPR, Curitiba, PR – (sanquetta@ufpr.br)

²Eng. Florestal, Mestrando, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, UFPR, Curitiba, PR – (luisnabravo@hotmail.com)

³Eng. Florestal, Mestrando, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, UFPR, Curitiba, PR – (andrenado@ibest.com.br)

⁴Eng. Florestal, Mestrando, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, UFPR, Curitiba, PR – (matheus_hc@hotmail.com)

⁵Eng. Florestal, Doutorando, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, UFPR,, Curitiba, PR. Brasil. – (enriqueorellana@uol.com.br)

Recebido em: 06/10/2012 – Aprovado em: 15/11/2012 – Publicado em: 30/11/2012

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi avaliar se a função proposta por Gompertz é capaz de prever futuras distribuições diamétricas em Floresta Ombrófila Mista. Tais previsões são importantes para o planejamento da produção florestal. Para isso, em um trecho de floresta foram instaladas aleatoriamente em 1995 quatro parcelas, sendo três de 10.000 m² e uma de 5.000 m². Todas as árvores com DAP_(1,30m) maior ou igual a 10 cm foram identificadas, medidas e plaqueteadas. As medições foram repetidas anualmente desde então. A função de Gompertz foi então ajustada à distribuição observada em 1995 e as distribuições dos demais anos até 2006 foram estimadas por essa função, considerando apenas a diferença no número de árvores que apresentaram em relação ao número medido em 1995. As distribuições estimadas aderiram satisfatoriamente às observadas em cada ano. Investigou-se então se as diferenças poderiam ser estimadas por modelos de regressão. As diferenças no número de árvores medidas, apresentadas nas medições de 2007 a 2010, em relação a 1995, formam então estimadas por regressão linear simples e seus valores usados na função de Gompertz para estimar as distribuições diamétricas desses anos. Ocorreu uma superestimação do número de árvores com diâmetros maiores que 30 cm, porém as distribuições estimadas aderiram às observadas, segundo resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov. Ajustes nos parâmetros da função de Gompertz reduziram a superestimação dos diâmetros. A função de Gompertz em sua forma cumulativa foi considerada flexível e com potencial para estimar satisfatoriamente as distribuições diamétricas futuras em Floresta Ombrófila Mista.

PALAVRAS-CHAVE: araucária, estrutura florestal, manejo florestal, probabilidade

PREDICTION OF THE DIAMETER DISTRIBUTION OF A MIXED-ARAUCARIA FOREST FRAGMENT BY THE GOMPERTZ FUNCTION

ABSTRACT

The objective of this paper was to evaluate whether the function proposed by Gompertz is able to predict the future diameter distributions in the Mixed-Araucaria Forest (Mixed Humid Forest). Such distributions are important for forest planning. For this purpose, four sample plots, three of 10,000m² and one of 5,000 m² were randomly established in a stretch of forest in 1995. All trees with a minimum DBH_(1.30m) of 10 cm were identified as species, measured and tagged. The measurements were annually repeated since then. The Gompertz function was fitted to the actual distribution of 1995 and the distributions of other years were estimated until 2006 through this adjusted function, considering just the differences in the number of trees presented by each year over that one in 1995. The estimated distributions satisfactorily fitted to those ones observed in each year. It was investigated then whether the differences could be estimated by regression models. So, the differences of number of trees measured from 2007 to 2010 period were estimated through linear regression models and the results were applied to the Gompertz function in order to estimate the diameter distribution for that period. An overestimation of number of trees with DBH(1.30) wider than 30 cm has been noticed, but these estimated distributions corresponded statistically to the actual ones, as proved by the Komolgorov-Smirnov test. Adjustments in the Gompertz parameters have reduced that overestimation. The Gompertz function was concluded to be flexible satisfactory to predict future diameter distributions in Mixed-Araucaria Forest (Mixed Humid Forest).

KEYWORDS: araucaria, forest structure, forest management, probability

INTRODUÇÃO

A distribuição diamétrica tem importância particular no levantamento da estrutura horizontal de uma floresta, permitindo caracterizar uma tipologia florestal e, também, apresentando-se como um potente indicador do estoque em crescimento, fornecendo subsídios para tomada de decisões do manejo a ser aplicado em determinada área (MACHADO *et al.*, 2009).

Para SCOLFORO (1994), o conhecimento do crescimento e da produção presente e futura é fundamental para prática do manejo florestal sustentável. A existência de relações quantitativas entre as variáveis que envolvem o crescimento permite o ajuste de modelos matemáticos para a predição do desenvolvimento do povoamento em qualquer idade. Tais modelos são sínteses de observações e/ou fenômenos biológicos, aplicados nas condições sob as quais foram coletados os dados, no âmbito da Engenharia Florestal, os modelos são imprescindíveis (SPATHELF & NUTTO, 2000).

Muitos modelos utilizados não são especificamente florestais e são oriundos de outras áreas do conhecimento. Para descrever a estrutura diamétrica de populações florestais e obter probabilidades de árvores ocorrerem dentro de intervalos ou classes de diâmetro preestabelecidas, tem-se aplicado as funções matemática conhecidas como funções de densidade probabilística (fdp) (SCOLFORO, 2006). Modelos biológicos de crescimento, em geral, referem-se a um sistema de equações que pode prever o crescimento e a produção dentro de uma variedade de condições (VANCLAY, 1994). Dentre os tradicionalmente conhecidos,

pode-se citar o Monomolecular, o Logístico, o de Chapman-Richards e de Gompertz.

A flexibilidade da função de Gompertz vem despertando o interesse por seu uso em estudos no campo florestal. Nesse sentido, destacam-se trabalhos como o de GUIMARÃES (2000), que propôs um modelo de passo invariante baseado na função Gompertz. O ajuste foi feito com dados de crescimento, provindos de parcelas permanentes de uma floresta de *Eucalyptus grandis*. O autor introduziu uma variável binária no modelo para representar a qualidade de sítio. Mais tarde, SOUZA *et al.*, (2002) utilizaram a função para o cálculo da produção de madeira de um plantio de eucaliptos, em área de Cerrado no estado de Minas Gerais. Um dos objetivos do trabalho era projetar o momento de substituir o povoamento no futuro, considerando os custos decrescentes e a produtividade constante a valores de hoje. ROSSI *et al.*, (2003), em estudos dendrocronológicos, aplicaram a função Gompertz para avaliar o crescimento das células do xilema de duas espécies de coníferas (*Abies balsameae* *Pinus cembra*) em florestas boreais do Canadá. Mais recentemente RUPSYS & PETRAUSKAS (2010) ajustaram a função bivariada estocástica de Gompertz para dados de diâmetro e altura em uma floresta inequiana de pinheiros na Lituânia.

Nesse artigo buscou-se ajustar o modelo de crescimento de Gompertz como um modelo de distribuição diamétrica para previsão do número de indivíduos em uma determinada classe de diâmetro em uma no futuro de referência. Posteriormente demonstrou-se uma metodologia para estimar a distribuição em anos futuros, servindo como um modelo de simulação da distribuição de diâmetros. A qualidade do ajuste das funções foi determinada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov.

MATERIAIS E MÉTODOS

Área de estudo e dados coletados

Este trabalho foi desenvolvido com dados coletados na Estação Experimental de São João do Triunfo que foi incorporada à UFPR no ano de 1972, dando continuidade a um programa de estabelecimento de uma rede de estações para o apoio ao ensino e à pesquisa florestal. A unidade está localizada na Colônia Bromado, no município de São João do Triunfo, a aproximadamente 130 km de Curitiba. A área da estação é de 31,5 ha, ocupada por uma floresta secundária em processo de regeneração, em que predominam os pinheiros (*Araucaria angustifolia*) e outras espécies associadas (PIZATTO, 1999). Não obstante a vegetação ser basicamente secundária, existem muitas árvores remanescentes da cobertura original, pinheiros (DAP até 120 cm) e imbuías (*Ocotea porosa*) de 200 a 300 anos de idade. O clima é do tipo Cfb, de acordo com a classificação de KOEPPEN e a vegetação predominante é a Floresta Ombrófila Mista ou Floresta de Araucária, conforme IBGE (1992).

No ano de 1995 foram instaladas aleatoriamente quatro parcelas permanentes, sendo três com área de 10.000 m² e uma com 5.000 m². Nessas áreas todos os indivíduos com DAP_(1,30m) maior ou igual a 10 cm foram identificados quanto à espécie, medidos e plaqueteados. Desde então a coleta de dados é feita anualmente. Novas árvores são inseridas na medição, à medida que atingem o DAP mínimo. Outras que morrem são registradas como tal e deixam de ser medidas. Assim, tem-se registrado, ano após ano, o comportamento do número de árvores dentro das parcelas, a fim de se observar o padrão de ingresso, mortalidade e crescimento das mesmas.

Análise dos dados

Foi considerado neste estudo o número de árvores e seus respectivos DAPs, nas quatro parcelas supracitadas, medidos no período de 1995 a 2010. Os dados de 2007 a 2010 foram reservados para validação dos resultados das análises feitas para as medições de 1995 a 2006.

Optou-se por classificar a regeneração abrangendo todos os indivíduos abaixo de 15,0 cm, a classe seguinte com 5,0 cm de amplitude e a partir daí classes de 10 cm até contemplar todos os DAPs_(1,30m). Dessa forma, a distribuição apresentou uma aparência mais próxima de uma função decrescente (jota invertido), que é esperada para este tipo de floresta.

As árvores medidas em 1995 foram agrupadas em nove classes de diâmetros, com 10 cm de amplitude e as medições posteriores seguiram essa classificação. Foi calculada a diferença relativa ao ano de 1995, do número de árvores em cada classe, para os demais anos de medição. Assim obteve-se a porcentagem do número de árvores, a mais ou a menos, em todos os anos de medição, em relação a 1995.

Foi computada a distribuição acumulada, em porcentagem, do número de árvores por classe de diâmetro para os dados de 1995 e a essa distribuição, foi ajustada a função probabilística de Gompertz, em sua forma cumulativa e flexível, obtida através da expressão:

$$Y_i = \omega \cdot e(-e(\alpha - \beta \cdot X_i^\gamma))$$

Onde Y é a probabilidade de ocorrer $n\%$ das árvores na classe i , em um determinado ano; X a probabilidade de ocorrer $n\%$ das árvores na classe i , observada no ano de 1995; ω o parâmetro assintótico, α o parâmetro de locação, β o parâmetro que define a taxa de expansão, e a constante de Euler (0,57721) e γ o parâmetro que torna a curvatura do modelo mais flexível.

O ajuste foi efetuado com a técnica dos mínimos quadrados, com o uso da ferramenta “*solver*” do programa *Microsoft Excel*, no qual foi atribuído para ω e γ o valor 1. Os coeficientes α e β foram deixados variáveis e procurou-se minimizar a soma das diferenças ao quadrado, entre Y e X . Dessa forma, o *solver* encontrou os valores para α e β que geravam um Y mais próximo possível de X .

Usou-se a função de Gompertz, com os parâmetros ajustados para os dados de 1995, para estimar as distribuições dos anos de 1996 a 2006 mudando apenas o valor de ω que ia sendo substituído pela diferença percentual do número total de árvores do ano que estava sendo estimado, em relação ao número encontrado em 1995. Dessa forma, obteve-se curvas de distribuição de número de árvores em função do DAP_(cm), com o mesmo padrão de distribuição de 1995 porém, com curvaturas mais ou menos flexíveis, de forma a representar a variação do número de árvores ao longo dos anos de medição.

Com essa curva padrão, para se obter uma distribuição, em um ano qualquer, do número de árvores existentes em cada classe de DAP_(1,30m), bastaria estabelecer a provável diferença em relação a 1995 do número total de árvores que ocorreria para tal ano. Essa diferença foi estimada para os anos de 2007 a 2010 por regressão linear simples e os resultados comparados com os observados nesses anos, através do teste de Kolmogorov-Smirnov a um $\alpha = 0,05$.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No ano de 1995 foram medidas, nas quatro parcelas, 2.430 árvores que apresentaram a distribuição mostrada na Tabela 1 e na Figura 1 (1995 N). Para os anos seguintes são apresentadas na Tabela 1 as porcentagens do número de árvores medidas em relação a 1995, por exemplo, em 1996 todas as árvores medidas somaram 97,9% do total que foi medido anteriormente, ou seja, foram medidas 2.430 árvores em 1995 e 97,9% desse total (2.380) em 1996, o que indica maior mortalidade que ingresso nesse período. Para os anos seguintes realizou-se o mesmo procedimento, sempre usando o número de árvores de 1995 como base. Isso também foi feito para as classes de DAP_(1,30m).

Quando se menciona que foram medidas árvores a mais ou a menos que as do ano de 1995, não se refere exatamente às mesmas árvores, mas sim ao total medido no ano. É preciso esclarecer que as árvores que ingressam, morrem ou mudam de classe a cada ano não foram computadas neste trabalho.

TABELA 1. Distribuição diamétrica das árvores medidas em 1995 e diferença percentual das medições dos demais anos em relação a 1995.

CLASSE	AMPLITUDE	1995	ANO DE MEDIÇÃO														
			1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
DAP	(cm)	N	DIFERENÇA (%) EM RELAÇÃO A MEDIÇÃO DE 1995														
1	< 14,99	1098	0,996	1,036	1,026	1,073	1,086	1,092	1,113	1,109	1,113	1,091	1,146	1,150	1,164	1,133	1,140
2	15,00 - 19,99	440	0,980	0,989	1,016	1,023	1,039	1,055	1,114	1,120	1,157	1,139	1,161	1,182	1,173	1,193	1,184
3	20,00 - 29,99	404	0,965	0,980	0,973	0,995	1,010	0,993	1,007	1,052	1,050	1,062	1,126	1,121	1,146	1,111	1,163
4	30,00 - 39,99	212	0,943	0,939	0,967	0,953	0,976	0,981	0,981	0,976	1,009	1,014	0,981	1,028	1,042	0,976	1,028
5	40,00 - 49,99	148	0,973	0,946	0,953	0,919	0,926	0,919	0,946	0,973	0,966	0,959	0,939	0,953	0,946	0,953	0,905
6	50,00 - 59,99	71	0,958	0,972	1,028	1,127	1,113	1,127	1,155	1,169	1,141	1,169	1,211	1,197	1,197	1,183	1,282
7	60,00 - 69,99	35	0,829	0,800	0,800	0,800	0,829	0,771	0,829	0,971	0,943	1,029	1,000	1,000	0,943	0,971	1,000
8	70,00 - 79,99	12	1,167	1,333	1,333	1,500	1,500	1,667	1,667	1,583	1,583	1,500	1,750	1,917	1,833	1,917	1,917
9	>80	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,100	1,100	1,100	1,400	1,400	1,300	1,200	1,100	1,200	1,100	1,100
TOTAL		2430	0,979	1,000	1,004	1,030	1,044	1,048	1,074	1,085	1,094	1,084	1,121	1,131	1,140	1,119	1,134

Os números de árvores por classe de diâmetro e suas respectivas porcentagens acumulativas (N%) para o ano de 1995 são apresentados na Tabela 2. A essas porcentagens acumulativas foi ajustada a função de Gompertz, que adquiriu a seguinte expressão:

$$Y = \omega \cdot 0,57721 \left(-0,57721 \left(0,00000026087 - 3,0013990 \cdot X^1 \right) \right)$$

Nessa equação Y são os valores da coluna N% Gompertz da medição de 1995, X os valores da coluna N% do mesmo ano e, ω o valor assintótico = 1

A função foi usada para estimar as porcentagens acumulativas das classes de DAP_(1,30m) do ano de 1996 (N% Gompertz), alterando-se apenas valor assintótico (ω) de 1 para 0,979, que é a variação do número total de árvores medidas de 1995 para 1996. Para se chegar ao número de árvores por classe em 1996 (N Gompertz), bastou multiplicar o valor de N% Gompertz estimado para 1996 pelo número total de árvores medidas em 1995 (2.430).

Na verdade a função de Gompertz apenas estimou o número de árvores em 1996 como sendo 97,9% do número de árvores que havia em 1995 e distribuiu essa diferença igualmente entre todas as classes de DAP. Isso a princípio pode parecer

sem utilidade, porém, se houver uma previsão segura da variação do número de árvores que ocorrerá em um ano de medição desconhecido então, a função passa a ser uma boa opção para prever a possível distribuição diamétrica que ocorrerá em tal ano. Neste caso, a função foi ajustada para se adaptar a variação do número total de árvores de um ano a outro, porém ela pode ser ajustada para considerar as mudanças que ocorrem em cada classe também. Bastaria para isso substituir o valor assintótico (ω) pela diferença encontrada em cada classe. Em caso de desbaste, poder-se-ia ajustar a função para o ano que ocorreu o desbaste e as distribuições dos anos seguintes seriam estimadas com base em observações históricas do número de árvores que cada classe vem apresentando no passar dos anos.

TABELA 2. Distribuição diamétrica acumulada observada e estimada por Gompertz do número de árvores medidas em 1995 e 1996.

CLASSE DAP	DAP (cm) LIMITE	MEDIÇÃO 1995			MEDIÇÃO 1996		
		N	N%	N% Gompertz	N	N% Gompertz	N Gompertz
1	14,999	1098	0,451851852	0,451851720	1094	0,44255	1075,40709
2	19,999	1538	0,632921811	0,632921661	1525	0,61990	1506,35355
3	29,999	1942	0,799176955	0,799176788	1915	0,78273	1902,04076
4	39,999	2154	0,886419753	0,886419578	2115	0,86818	2109,67860
5	49,999	2302	0,947325103	0,947324922	2259	0,92783	2254,63331
6	59,999	2373	0,976543210	0,976543026	2327	0,95645	2324,17240
7	69,999	2408	0,990946502	0,990946317	2356	0,97056	2358,45223
8	79,999	2420	0,995884774	0,995884588	2370	0,97539	2370,20532
9	170,000	2430	1,000000000	0,999999814	2380	0,97942	2379,99956

Onde: N = número de árvores observado; N% = distribuição probabilística observada; N% Gompertz = distribuição probabilística estimada com a função de Gompertz; N Gompertz = número de árvores estimado pela função de Gompertz.

Para demonstrar a flexibilidade da função de Gompertz, foi gerada a Figura 1 onde foi inserida a distribuição diamétrica acumulada, observada em 1995 (1995 N), usada como base para se estimar as demais. Como exemplo, foram inseridas as distribuições acumuladas, estimadas para 1996 (1996 N Gompertz) e para 2005 (2005 N Gompertz) e suas respectivas distribuições observadas (1996 N e 2005 N). Observa-se que as distribuições geradas para 1996 e 2005 pelo modelo de Gompertz aderiram às observadas nesses anos. Essa aderência foi obtida mudando-se apenas o valor assintótico (ω) de 1 em 1995 para 0,979 em 1996 e 1,084 em 2005. Neste caso, tinha-se a variação exata do número de árvores que ocorreu de 1995 para os demais anos, porém, o que deseja-se demonstrar é que, pode-se ajustar Gompertz para uma determinada distribuição diamétrica e as distribuições futuras podem ser estimadas por essa função, com base apenas numa variação esperada no número total de árvores ou no número de árvores por classe de diâmetro.

MACHADO *et al.*, (2009) testaram várias funções de densidade probabilística para prever a distribuição diamétrica de algumas espécies importantes da Floresta Ombrófila Mista. Esses autores não encontraram uma função que aderisse satisfatoriamente aos dados por eles usados. Infelizmente dentre os modelos selecionados por eles não estava o de Gompertz. Outra tentativa de se estabelecer

uma previsão segura da distribuição diamétrica em Floresta Ombrófila Mista foi a de STEPKA *et al.*, (2010). Esses autores confrontaram as estimativas feitas por matriz de transição e as realizadas pelo método razão de movimentos, com a distribuição observada e concluíram que os dois métodos foram satisfatórios, porém com leve tendência de subestimação do número total de árvores. Antes disso, SANQUETTA *et al.*, (1996, 2001) e AUSTREGÉSILO *et al.*, (2004) já haviam observado a eficiência da matriz de transição. Isso tudo demonstra que os esforços para se estabelecer uma estimativa segura de uma distribuição diamétrica futura ainda não incluíram o modelo proposto por Gompertz.

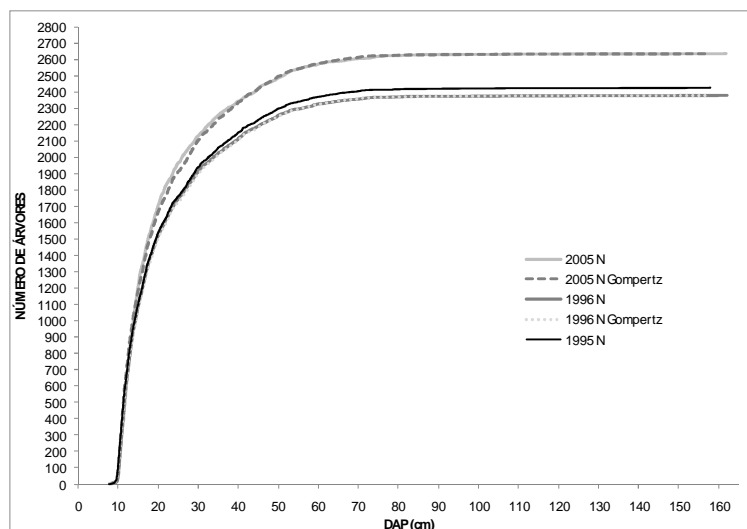


FIGURA 1. Distribuição diamétrica observada em 1995,1996 e 2005 e distribuição diamétrica estimada por Gompertz para as distribuições de 1996 e 2005.

A dificuldade passa a ser então a previsão segura da mudança no número de árvores que ocorrerá em um ano de medição qualquer. Para exemplificar essa situação foi gerada a Tabela 3, onde foram dispostas as diferenças no número total de árvores medidas de todos os anos em relação a 1995 (D. OBS.).Esses valores foram estimados por regressão linear simples, considerando D. OBS como a variável dependente e a sequência de medição (SEQ.) como a variável aleatória. A diferença que ocorreu de 2007 a 2010 foi então estimada com base nas diferenças encontradas de 1996 a 2006 (D. EST. MODELO 1). Depois estimaram-se as diferenças de 2008 a 2010, com base nas diferenças de 1996 a 2007 (D. EST. MODELO 2), e assim sucessivamente até se estimar a diferença de 2010 com base nas diferenças encontradas de 1996 a 2009 (D. EST. MODELO 4).

Os resultados da Tabela 3 evidenciam que o modelo 1 estimou melhor os valores de diferença do número de árvores para os dois anos de medição mais próximos (2007 e 2008). Como a sequência de medição sempre aumenta e as diferenças observadas ao longo dos anos vêm aumentando também, o modelo 1 gerou valores de diferenças cada vez maiores. Por isso ficaram prejudicadas as estimativas para os anos de 2009 e 2010 que apresentaram redução no número de árvores, em relação à medição de 1995. Essa situação melhorou com o modelo 4, que estimou a diferença ocorrida em 2010, com base nas diferenças dos anos

anteriores. Neste caso foi inserida no modelo a tendência de aumento das diferenças até 2008 e mais a queda que ocorreu em 2009. Então para a estimativa de 2010 o modelo 4 considerou a redução ocorrida em 2009 e gerou um valor de diferença mais próximo ao observado do que os demais modelos. Isso mostra que é preciso um modelo diferente, que envolva outras variáveis, que possam causar mudanças no número de árvores das medições dos anos que se deseja estimar. Porém, para o que se pretende demonstrar neste trabalho, a situação apresentada na Tabela 3 é suficiente.

TABELA 3. Diferença percentual observada e estimada do número de árvores entre cada ano de medição e o ano de 1995.

ANO DE MEDIÇÃO	SEQ.	D. OBS.	D. EST. MODELO 1	D. EST. MODELO 2	D. EST. MODELO 3	D. EST. MODELO 4
1996	1	0,9794				
1997	2	1,0000				
1998	3	1,0037				
1999	4	1,0305				
2000	5	1,0444				
2001	6	1,0477				
2002	7	1,0737				
2003	8	1,0852				
2004	9	1,0942				
2005	10	1,0844				
2006	11	1,1214				
2007	12	1,1313	1,1308			
2008	13	1,1399	1,1441	1,1442		
2009	14	1,1185	1,1573	1,1575	1,1562	
2010	15	1,1337	1,1706	1,1708	1,1693	1,1585
MODELO 1		D. OBS = 0,971822 + 0,013251(SEQ.)			R ² aj. = 0,96; S _{yx%} = 0,86	
MODELO 2		D. OBS = 0,971748 + 0,013268(SEQ.)			R ² aj. = 0,97; S _{yx%} = 0,81	
MODELO 3		D. OBS = 0,972412 + 0,013126(SEQ.)			R ² aj. = 0,97; S _{yx%} = 0,78	
MODELO 4		D. OBS = 0,977791 + 0,01205(SEQ.)			R ² aj. = 0,94; S _{yx%} = 1,15	

Onde: SEQ. = número sequencial das medições; D. OBS. = diferença observada do número de árvores em relação a 1995; D. EST. MODELO = diferença do número de árvores em relação a 1995 estimada por um modelo de regressão linear simples.

Como demonstração dos efeitos dos ajustes, as distribuições diamétricas para os anos de 2007 a 2010 foram estimadas com a função de Gompertz, ajustada para o ano de 1995, usando como valor assintótico (ω) o valor encontrado por regressão, através do modelo 1. Os resultados foram agrupados na Figura 2 onde pode ser observado que a curva ajustada ficou muito próxima da curva observada nos anos de 2007 e 2008. Já as curvas ajustadas para os anos de 2009 e 2010 destoaram das suas respectivas curvas observadas, principalmente a partir de um diâmetro de 30 cm. Para esses anos, a maior diferença (D) entre a distribuição acumulada observada (2009 N e 2010 N) e a distribuição estimada (2009 N Gompertz e 2010 N Gompertz) foi avaliada através do teste de Kolmogorov-Smirnov que resultou no valor $D = 0,01497$ contra $D_{(2755;0,05)} = 0,02572$ para o ano de 2009 e $D = 0,01671$ contra $D_{(2718;0,05)} = 0,02589$, para o ano de 2010. Sendo assim, ficou

demonstrado que houve aderência entre as curvas estimadas para 2009 e 2010 às suas respectivas curvas observadas, apesar das diferenças.

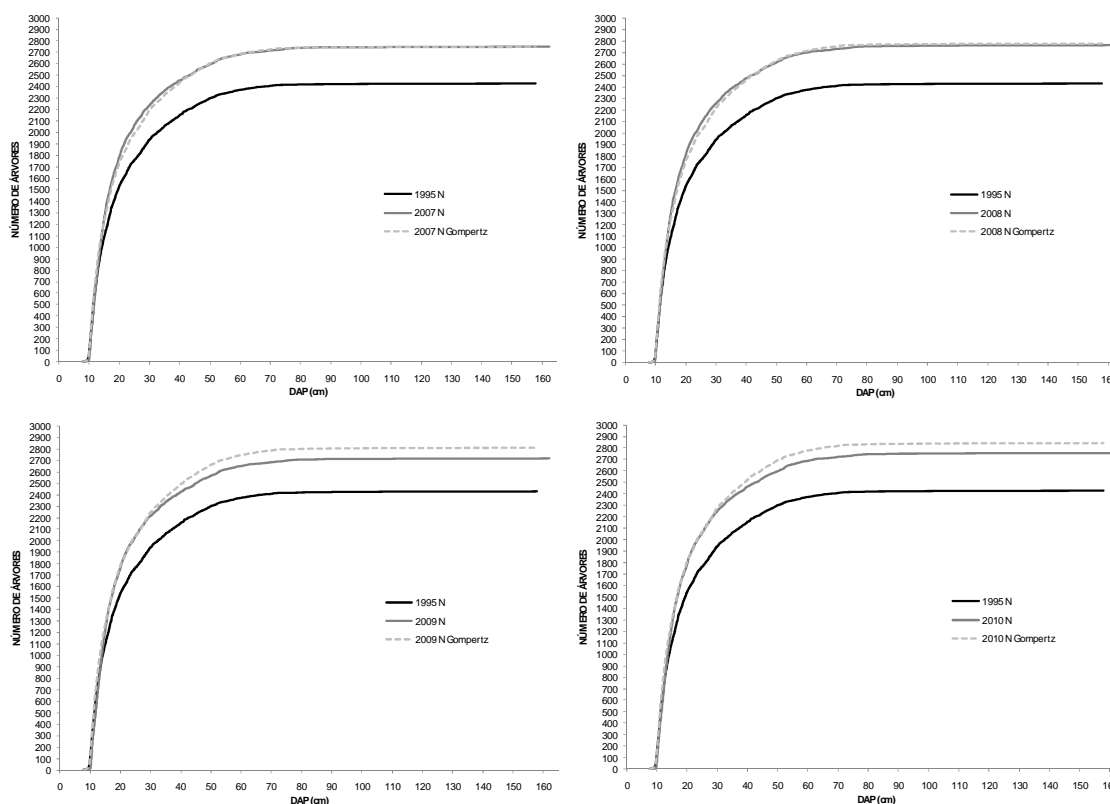


FIGURA 2. Distribuição diamétrica observada em 1995 e observada e estimada para o período de 2007 a 2010 pela função de Gompertz, com valor assintótico (ω) estimado por modelo de regressão.

O comportamento das curvas de distribuição diamétrica, estimadas pela função de Gompertz para os anos de 2009 e 2010, causou certo viés, porque superestimam o número de árvores em classes com diâmetros maiores, as quais apresentam maior valor comercial. Como essas funções de distribuição foram geradas com o valor assintótico (ω) estimado por regressão, com um modelo simples e que, pelo comportamento histórico dos dados, tende a superestimar o valor de ω , poder-se-ia aplicar ao coeficiente β da função de Gompertz uma redução igual ao erro padrão da estimativa do modelo ($S_{yx\%} = 0,86$), ou seja, multiplicar o coeficiente β da função por 0,99144. Já que o erro padrão da estimativa expressa a diferença, para mais ou para menos, entre os valores estimados e os observados, e, tendo-se conhecimento de que a tendência mais forte é a superestimação, então, justificar-se-ia usar o erro padrão da estimativa como redutor do coeficiente β na função de Gompertz. Esse procedimento foi aplicado às estimativas dos anos 2009 e 2010 e o resultado foi uma aproximação da curva da distribuição diamétrica ajustada à curva observada, como pode ser visualizado na Figura 3. Como o erro padrão da estimativa era baixo, a redução foi pequena, porém contribuiu para melhorar as estimativas das distribuições diamétricas dos anos de 2009 e 2010.

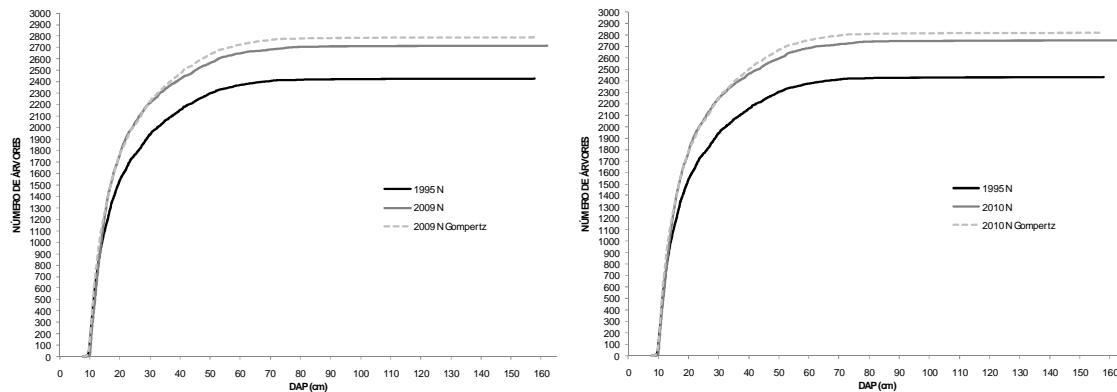


FIGURA 3. Distribuição diamétrica observada em 1995 e observada e estimada para 2009 e 2010 pela função de Gompertz, com parâmetro ω reduzido pelo erro padrão da estimativa do modelo escolhido para estimar o valor assintótico (ω).

É importante notar que, apesar das modificações feitas até agora no parâmetro assintótico (ω) e no parâmetro de expansão (β), não houve alteração no formato das curvas geradas, que se mantiveram fidedignas ao formato da curva que as originou que foi a de 1995, como pode ser observado nas figuras apresentadas. Isso ocorreu por que não se alterou o coeficiente de flexibilidade (γ), responsável pelo formato da curva gerada pela função de Gompertz. Sem esse parâmetro a função adquire uma curvatura rígida segundo GUIMARÃES (2002), ou seja, quando ajustada a um conjunto de dados ela adquire a forma da distribuição desses dados e, as estimativas futuras terão obrigatoriamente o mesmo formato da distribuição que as originou. De certa forma foi o que ocorreu neste trabalho por que o valor de γ foi mantido constante e igual a 1. Uma alteração nesse parâmetro seria necessária se a função fosse ajustada de forma a expressar as alterações que ocorressem dentro das classes de diâmetro porque se usaria um valor assintótico para cada classe e isso causaria uma variação grande no formato da curva gerada, o que demanda outro estudo para avaliar essa situação e, por isso, é interessante manter esse parâmetro.

Neste estudo foi usada a variação do número total de árvores em cada ano de medição, em relação ao total do ano de 1995 e a função de Gompertz distribuiu essa variação igualmente entre as classes de diâmetro, dentro do ano que está sendo estimado. Mostrou-se então a característica dessa função em adaptar-se a uma determinada distribuição diamétrica e a facilidade com que ela pode prever uma próxima distribuição, alterando-se o parâmetro do valor assintótico (ω).

CONCLUSÕES

A função de distribuição probabilística de Gompertz, em sua forma cumulativa e flexível, estimou satisfatoriamente a distribuição diamétrica futura de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista, com base num padrão de distribuição de um ano qualquer.

A função de Gompertz, muito usada em estudos de crescimento de árvores e outros seres vivos apresenta um potencial interessante de uso para descrição de predição de distribuições de tamanho, particularmente no presente caso de árvores nativas da Floresta Ombrófila Mista.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pelo auxílio financeiro na coleta de dados, por intermédio do Programa PELD – Pesquisas Ecológicas de Longa Duração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSTREGÉSILO, S. L.; FERREIRA, R. L. C.; SILVA, J. A. A.; SOUZA, A. L.; MEUNIER, I. M. J.; SANTOS, E. S. Comparação de métodos de prognose da estrutura diamétrica de uma floresta estacional semidecidual secundária. **Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 2, p. 227-232, 2004.

GUIMARÃES, D. P. Um modelo de passo invariante baseado na função de Gompertz para prognose do crescimento. **Pesq. Aropec. Bras.**, v. 35, n. 1, 2000.

GUIMARAES, D. P. Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade. Planaltina: EMBRAPA Cerrados, 2002, 40p. (**Documentos/EMBRAPA Cerrados, 79**).

IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). **Manual técnico da vegetação brasileira**, n. 1. Rio de Janeiro: DEDIT/CDDI, 1992.

MACHADO, S. A., AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; NASCIMENTO, R. G. M.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R, da.; MIGUEL, E. P.; TÉO, S. J. Distribuição diamétrica de *Araucariaangustifolia*(Bert.) O. Ktze. em um fragmento de floresta ombrófila mista. **Scientia Agraria**, Curitiba, v.10, n.2, p.103-110, 2009.

MACHADO, S. A.; AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; NASCIMENTO, R. G. M.; TÉO, S. J.; MIGUEL, E. P.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R, da. Funções de distribuição diamétrica em um fragmento de floresta ombrófila mista. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n.8, p. 2428-2434, 2009.

PIZATTO, W. **Avaliação biométrica da estrutura e da dinâmica de uma Floresta Ombrófila Mista em São João do Triunfo – PR - 1995 a 1998**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná. 1999, 172p.

ROSSI, S; DESLAURIERS, A.; MORIN, H. Application of the Gompertz equation for the study of xylem cell development. **Dendrochronologia**, v. 21, n. 1, 2003.

RUPSYS, P.; PETRAUSKAS, E.; The bivariate Gompertzdiffusion model for tree diameter and height distribution. **Forest Science**, v. 56, n. 3, p.271-280, 2010.

SANQUETTA, C. R.; BRENDA, D. A.; ÂNGELO, H.; MENDES, J. B. Matriz de transição para simulação da dinâmica de florestas naturais sob diferentes intensidades de corte. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 6, n. 1, p. 65-78, 1996.

SANQUETTA, C. R.; CUNHA, U. S.; WATZLAWICK, L. F.; CAMPOS, M. L. B. Projeção da distribuição diamétrica de fragmentos de florestas semidecíduas com matriz de transição. **Ciências Exatas e Naturais**, Guarapuava, v. 3, n. 1, p. 75-85, 2001.

SCOLFORO, J. R. **Modelos para expressar o crescimento e a produção florestal**: Parte 1. Lavras: ESAL / FAEPE, 1994. 182 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**: modelos de crescimento e produção florestal. Lavras, UFLA/FAEPE, 2006. 393p.

SOUZA, A. N.; OLIVEIRA, A. D.; REZENDE, J. L. P. Estudo do momento ótimo de reforma para povoamentos de *Eucalyptus* spp.- O caso da redução de custos. **Ciência Florestal**, v. 12, n. 1, p. 123-133, 2002.

SPATHELF, P.; NUTTO, L. **Modelagem aplicada ao crescimento florestal**. Santa Maria: [s.n], 2000. 70 p.

STEPKA, T. F.; DIAS, A. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S. A.; SAWCZUK, R. Prognose da estrutura diamétrica de uma floresta ombrófila mista com os métodos razão de movimento e matriz de transição. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 30, n. 64, p. 327-335, 2010.

VANCLAY, J. K. A growth model for North Queensland rainforests. **Forest Ecology and Management**, v. 27, p. 245-271, 1994.