

## ANÁLISE DO PROCESSO DE MISTURA DE ÁGUA E CAL UTILIZANDO O SCILAB

Brunela Bonatto Milli<sup>1</sup>, Danielly Cristina Gripa<sup>2</sup>, George Simonelli<sup>3</sup>, Victor Matheus Alves<sup>4</sup>

1. Graduada em Engenharia Química pela Faculdade de Aracruz (brunelabonatto@hotmail.com), Aracruz – Brasil.
2. Mestranda em Engenharia Metalúrgica e de Materiais do Instituto Federal Espírito Santo (daniellycristinagripa@yahoo.com), Vitória – Brasil.
3. Mestrando em Engenharia Metalúrgica e de Materiais do Instituto Federal Espírito Santo (ggsimonelli@gmail.com), Vitória – Brasil.
4. Aluno do curso de Engenharia Química da Faculdade de Aracruz (victorengenheiroquimico@hotmail.com), Aracruz – Brasil.

Data de recebimento: 07/10/2011 - Data de aprovação: 14/11/2011

### RESUMO

A modelagem e a simulação são ferramentas básicas para realização da previsão do comportamento dos processos. Neste trabalho, o comportamento dinâmico da concentração de cal de um processo de mistura de água com cal foi analisado utilizando-se a plataforma SCICOS do programa SCILAB. Os resultados mostraram que a cada 4 horas de funcionamento do sistema (com erro relativo de 8,33%) é preciso corrigir a concentração de cal no tanque, para que a mesma não atinja valores inferiores ao capaz de neutralizar a água que é tratada na unidade do Serviço Autônomo de Água e Esgoto (SAAE) de Aracruz, localizada em Barra do Sahy.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem, Simulação, SCILAB.

### ANALYSIS OF THE MIXING PROCESS OF WATER AND LIME USING SCILAB

### ABSTRACT

The modeling and simulation are tools to perform the basic prediction of the behavior of processes. In this work, the dynamic behavior of the concentration of lime in a mixing process of water and lime was analyzed using the platform SCICOS program SCILAB. The results showed that every 4 hours of the operating system (with relative error of 8.33%) is necessary to correct the concentration of lime in the tank, so that it does not reach values lower than capable of neutralizing the water is treated in the unit the Autonomous Service of Water and Sewage (SAAE) of Aracruz, located in Barra do Sahy.

**KEYWORDS:** Modeling, Simulation, SCILAB.

### 1. INTRODUÇÃO

A modelagem pode ser definida de forma geral, como a elaboração de um modelo para a representação de algo. O modelo possui a função de representar um

sistema real ou imaginário através de uma linguagem, um meio, e segundo um ponto de vista. Os aspectos mais desejáveis em um modelo são a simplicidade e fidelidade ao sistema que descreve (TRIVELATO, 2003).

Na engenharia química, a modelagem e simulação é fundamental quando se deseja fazer previsões sobre o comportamento de um processo, em diferentes condições de operação. Nos modelos matemáticos obtidos para descrever quantitativamente os processos, os parâmetros podem ser variados facilmente em grandes intervalos, ao contrário da investigação experimental, que pode ser cara, longa, e até mesmo impossível (BOYCE; PRIMA, 1994).

Para garantir a qualidade dos resultados, os modelos matemáticos podem ser validados através da comparação de suas respostas, com os valores experimentais. Na modelagem, a construção do modelo, a análise do mesmo e a comparação de resultados com experimentos ou observações, são etapas comumente presentes na descrição de um processo por equações (CARVALHO, 2011).

Nas atividades industriais, a maioria dos processos apresenta a necessidade de agitação e mistura em ao menos uma de suas etapas. No caso de um processo de mistura, supõe-se geralmente que os componentes da mistura são perfeitamente misturados para facilitar a modelagem. Quanto aos cálculos, balanços de massa devem ser realizados para o componente que se deseja estudar, a fim de que se obtenha uma equação diferencial, e assim, seja possível conhecer o modelo que descreve o estado transiente do sistema (BOYCE; PRIMA, 1994).

Em muitos casos, as equações diferenciais obtidas na modelagem dos processos podem ser resolvidas manualmente. No entanto, sabe-se que a resolução computacional (usando softwares específicos) pode poupar tempo, fornecendo os resultados com rapidez, e evitando a realização exaustiva de cálculos manualmente (RODRIGUES; IEMMA, 2009).

Para permitir a resolução da equação diferencial linear de primeira ordem que normalmente descreve o comportamento de um soluto em um tanque de mistura, programas específicos podem ser utilizados (TRIVELATO, 2003). Neste trabalho o (*Laboratory Sciences*) - SCILAB foi utilizado com esta finalidade, possibilitando demonstrar a utilização desta ferramenta na análise de um processo de mistura.

Tendo este aspecto em vista, realiza-se neste artigo a utilização do SCILAB como ferramenta na análise de um processo de mistura de água com geocálcio (cal líquida). Esta mistura é comumente feita pelo Serviço Autônomo de Água e Esgoto de Aracruz (unidade de Barra do Sahy).

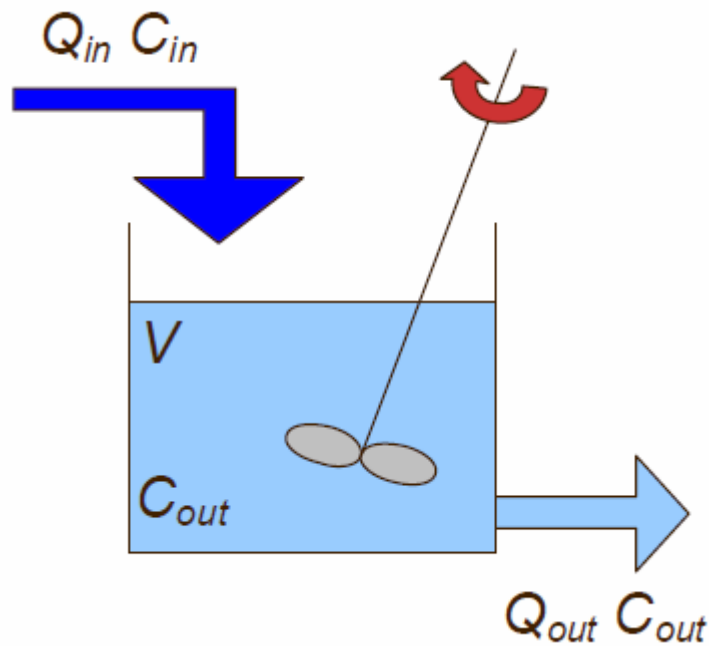
A mistura de água com cal é feita com o intuito de que a solução resultante possa ser adequadamente empregada, na correção do potencial hidrogeniônico (pH) da água. A realização da correção do pH serve para proteger os encanamentos e equipamentos das redes de distribuição de água, além de proteger também as tubulações das casas do ataque de corrosão e da ocorrência de incrustações.

## 1.1 Modelagem matemática

Para maior entendimento do processo de mistura, é apresentada a seguir a modelagem matemática de um tanque misturador segundo FARLOW (1993).

O balanço de massa para este tipo de sistema, sem que haja reação química, e que opere em regime transiente, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{Acumulação} = \text{Entradas} - \text{Saídas} \quad (1)$$



**FIGURA 1** – Representação de um tanque de mistura.  
Fonte: FARLOW (1993).

O problema de mistura em tanques bem agitados pode ser representado conforme a Figura 1. Para saber como é que a concentração de um soluto varia no tanque ao longo do tempo, caso típico de modelagem na engenharia química, alguns aspectos devem ser entendidos.

Variáveis de processo:

- Vazão total de entrada (constante) =  $Q_{in}$  ( $m^3/hr$ )
- Concentração de entrada do soluto de interesse (constante) =  $C_{in}$  ( $g/m^3$ )
- Vazão total de saída (constante) =  $Q_{out}$  ( $m^3/hr$ )
- Concentração de saída do soluto de interesse =  $C_{out}$  ( $g/m^3$ )
- Concentração no tanque do soluto de interesse =  $C_{out}$  ( $g/m^3$ )
- Volume de líquido no tanque =  $V$  ( $m^3$ )

Para solucionar o problema, uma condição inicial deve ser conhecida, esta é normalmente  $t = 0$ ;  $C_{out} = C_{out}^0$  onde  $V = V_0$ .

Com um balanço mássico para o soluto:

Acumulação de soluto = Entradas de soluto – Saídas de soluto.

Ou seja:

A Variação da massa de soluto no tanque por unidade de tempo é igual a massa de soluto que entra por unidade de tempo, menos a massa de soluto que sai por unidade de tempo.

Reescrevendo a equação em outros termos, a massa de soluto no tanque é dada por  $VC_{out}$ , logo, a sua variação com o tempo será dada por:

$$\frac{\Delta(VC_{out})}{\Delta t} \quad (2)$$

ou, em termos de variação instantânea:

$$\frac{d(VC_{out})}{dt} \quad (3)$$

A massa de soluto que entra por unidade de tempo é dada por  $C_{in}Q_{in}$ , enquanto que a massa de soluto que sai por unidade de tempo é dada por  $C_{out}Q_{out}$ . Logo, a equação de balanço fica:

$$\frac{d(VC_{out})}{dt} = C_{in}Q_{in} - C_{out}Q_{out} \quad (4)$$

A Equação 4 é uma equação diferencial ordinária (EDO) de primeira ordem, em que a variável dependente é a concentração de soluto no tanque,  $C_{out}$ .

Para resolver a EDO que define o balanço do soluto deve-se observar que o volume de líquido no tanque,  $V$ , se encontra no interior da derivada. Logo, para resolver a equação diferencial é preciso saber como  $V$  varia com o tempo. Para tanto, efetua-se um balanço volumétrico no tanque usando-se a idéia de que a variação de volume de líquido (soluto) no tanque por unidade de tempo é igual ao volume de líquido (soluto) que entra por unidade de tempo menos o Volume de líquido (soluto) que sai por unidade de tempo (FARLOW, 1993). Ou seja:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (5)$$

Para este tipo de problema pode haver duas situações distintas.

- 1º caso: vazões de entrada e saída iguais ( $Q_{out} = Q_{in}$ ):

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out} = 0 \Rightarrow V = \text{constante} \quad (6)$$

e a equação de balanço para o soluto fica simplesmente:

$$V \frac{dC_{out}}{dt} = C_{in}Q_{in} - C_{out}Q_{out} \quad (7)$$

ou, substituindo já  $Q_{out}$  por  $Q_{in}$  :

$$\frac{dC_{out}}{dt} + \frac{Q_{in}}{V} C_{out} = \frac{Q_{in}}{V} C_{in} \quad (8)$$

Esta EDO pode ser resolvida por separação de variáveis, resultando então em:

$$C_{out} = C_{in} - Ce^{-\frac{Q_{in}}{V}t} \quad (9)$$

e após aplicação da condição inicial:

$$C_{out} = C_{in} - (C_{in} - C_{out}^0) e^{-\frac{Q_{in}}{V}t} \quad (10)$$

- 2º caso: vazões de entrada e saída diferentes ( $Q_{in} \neq Q_{out}$ ), mas constantes ao longo do tempo.

Como o volume de líquido não será constante, é necessário resolver a equação de balanço volumétrico:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \Rightarrow V(t) = (Q_{in} - Q_{out})t + V_0 \quad (11)$$

em que  $V_0$  é o volume no instante  $t = 0$ .

A equação de balanço para o soluto fica:

$$\frac{d(VC_{out})}{dt} = C_{in}Q_{in} - C_{out}Q_{out} \quad (12)$$

$$V \frac{dC_{out}}{dt} + C_{out} \frac{dV}{dt} = C_{in}Q_{in} - C_{out}Q_{out} \quad (13)$$

$$V \frac{dC_{out}}{dt} + C_{out}(Q_{in} - Q_{out}) = C_{in}Q_{in} - C_{out}Q_{out} \quad (14)$$

$$V \frac{dC_{out}}{dt} + C_{out}Q_{in} = C_{in}Q_{in} \quad (15)$$

$$\frac{dC_{out}}{dt} = \frac{Q_{in}}{V} (C_{in} - C_{out}) \quad (16)$$

Como  $V$  é função de  $t$ , substituindo o resultado obtido tem-se:

$$\frac{dC_{out}}{dt} = \frac{Q_{in}}{(Q_{in} - Q_{out})t + V_0} (C_{in} - C_{out}) \quad (17)$$

Esta EDO é de variáveis separáveis:

$$\frac{dC_{out}}{C_{in} - C_{out}} = \frac{Q_{in}}{(Q_{in} - Q_{out})t + V_0} dt \quad (18)$$

O resultado obtido após aplicação da condição inicial é:

$$C_{out} = C_{in} - (C_{in} - C_{out}^0) \left( \frac{(Q_{in} - Q_{out})t + V_0}{V_0} \right)^{\frac{Q_{in}}{Q_{in} - Q_{out}}} \quad (19)$$

## 2. OBJETIVO

Utilizar o SCILAB como ferramenta facilitadora na análise do processo de mistura de água com cal, da unidade do Serviço Autônomo de Água e Esgoto de Aracruz, localizada em Barra do Sahy.

## 3. METODOLOGIA

Para utilizar o SCILAB como ferramenta facilitadora na análise do processo de mistura, foi estudado um tanque com volume total de 1050 litros, dotado de agitador, e usado para mistura de água e geocálcio na unidade do Serviço Autônomo de Água e Esgoto de Aracruz, localizada em Barra do Sahy (Figura 2).



**FIGURA 2** – Tanque de mistura do SAAE de Aracruz.  
Fonte: Acervo dos autores.

No instante  $t=0$ , o tanque contém 66 kilogramas de cal dissolvidos em 1000 litros de água. Esta condição inicial é alcançada através da diluição de 60 litros de geocálcio em 940 litros de água. O geocálcio empregado possui a concentração de 1,1 kilogramas de cal por litro.

A água que entra no tanque não contém cal, e entra a uma taxa de 0,04 litros por segundo. A solução formada pode ser considerada bem misturada e sai a uma taxa de 0,04 litros por segundo. Para esta situação, é desejável conhecer como a concentração de cal varia com o tempo, e qual o tempo necessário para que a concentração de cal atinja o valor de 0,037 kg/L, que corresponde à concentração mínima capaz de neutralizar a água tratada na unidade.

Nas simulações, utilizou-se a versão 4.1.2 do SCILAB. Um software livre elaborado por *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique* (INRIA) e *École Nationale des Ponts et Chaussées* (ENPC).

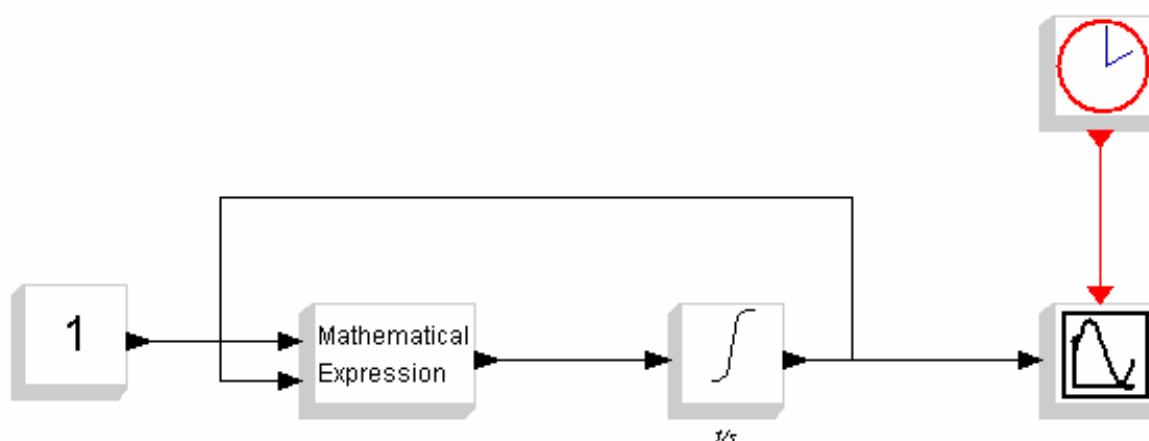
#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para resolver um problema de mistura agitada no SCILAB, basta apenas conhecer a equação diferencial que descreve como a quantidade do soluto em questão varia com o tempo. Conhecendo-se a equação diferencial e montando a mesma esquematicamente na plataforma SCICOS do SCILAB, será possível obter gráficos que simulam a ocorrência do processo, mostrando assim, como o mesmo se comporta com o tempo.

Para o caso do tanque de mistura de água e cal, com vazões de entrada e saída iguais, (conforme os dados citados na metodologia) é possível obter a seguinte equação diferencial para a variação da concentração de cal com o tempo:

$$\frac{dC}{dt} = -0,144 C \quad (20)$$

Montando a equação diferencial no SCILAB, a seguinte esquematização pode ser obtida para representar a equação 20.

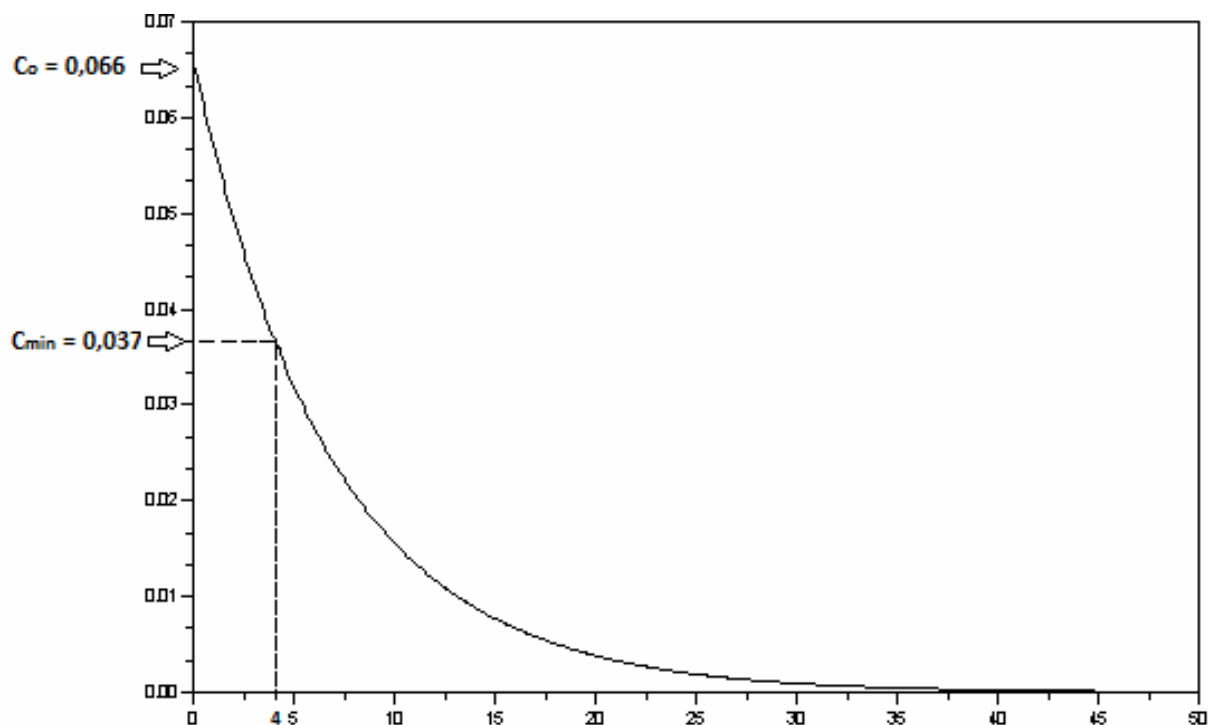


**FIGURA 3** – Esquematização do modelo no SCILAB.  
Fonte: Resultado da pesquisa.

Com o conhecimento da equação diferencial do processo, e com sua esquematização no programa, a simulação já pode ser satisfatoriamente realizada.



No caso em estudo, o seguinte resultado foi obtido:



**FIGURA 1** – Variação da concentração de cal (kg/L) com o tempo (horas).

Fonte: Resultado da simulação computacional desenvolvida.

A Figura 1 apresenta o gráfico onde é demonstrado que para a concentração inicial ( $C_0$ ) de 0,066 quilogramas por litro de cal, serão necessárias 4 horas para que o valor mínimo de concentração ( $C_{min}$ ) capaz de neutralizar a água seja atingido. Pelo gráfico, também é possível afirmar que em torno de 35 horas, (se não houver correção da concentração após a quarta hora de funcionamento), a quantidade de cal no tanque será praticamente zero.

Na prática, a correção da concentração no tanque é realizada a cada 3 horas e 40 minutos de funcionamento, o que corresponde a um erro de ajuste de 20 minutos, e um erro relativo de 8,33%. O ajuste total não foi encontrado em virtude da suposição de mistura perfeita no tanque, o que não acontece na realidade.

Para voltar à condição inicial, após as 3 horas e 40 minutos de processamento, é necessário adicionar 26,37 litros de geocálcio no tanque.

## 5. CONCLUSÃO

Utilizando o SCILAB foi possível prever satisfatoriamente o comportamento dinâmico da concentração de cal em um tanque de mistura do Serviço Autônomo de Água e Esgoto de Aracruz (unidade de Barra do Sahy). Neste sentido, o SCILAB mostrou-se uma ferramenta rápida e prática na análise do processo estudado, uma vez que não foi necessário resolver manualmente a equação diferencial, para que ficasse determinada a dinâmica do processo. Os resultados mostraram que a cada 4 horas de funcionamento do sistema (com erro relativo de 8,33%) é preciso corrigir a concentração de cal no tanque, para que a mesma não atinja valores inferiores ao capaz de neutralizar a água tratada na unidade.



## REFERÊNCIAS

BOYCE, W. E.; PRIMA, R. C Di. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 5. ed. Guanabara: Koogan, 1994.

CARVALHO, L. S. **Modelagem e Simulação: Poderosa Ferramenta para a Otimização de Operações Logísticas**. Disponível em: <<http://www.sitedalogistica.com.br/news/modelagem%20e%20simula%C3%A7%C3%A3o%20%20poderosa%20ferramenta%20para%20a%20otimiza%C3%A7%C3%A3o%20de%20opera%C3%A7%C3%B5es%20logisticas/>>. Acesso em: 02 ago. 2011.

FARLOW, Stanley J. Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, Dover Publications Inc., 1993, New York, USA. **Aplicações das equações diferenciais de primeira ordem**. Disponível em: <[http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/72/EDO\\_aplicac.pdf](http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/72/EDO_aplicac.pdf)>. Acesso em: 02 ago. 2011.

RODRIGUES, M. I.; IEMMA, A. F. **Planejamento de experimentos e otimização de processos**. 2. ed. São Paulo: Caso do Espírito Amigo Fraternidade Fé e Amor, 2009.

INRIA; ENPC. **SCILAB**. Versão 4.1.2. Software livre. 2007.

TRIVELATO, G. C. **Técnicas de modelagem e simulação de sistemas dinâmicos**. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos, 2003. Disponível em: <<http://www.ituiutaba.uemg.br/sistemas1/material/anderson/simulacao2.pdf>>. Acesso em: 02 ago. 2011.