



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO TÉRMICA DE UM FOGÃO SOLAR TIPO CAIXA**

**JOHNSON PONTES DE MOURA**

Orientador: Prof. Dr. Sebastião Ribeiro Ferreira

Co-orientador: Prof. Dr. Luiz Guilherme Meira de Souza

Natal-RN

Outubro de 2007



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO TÉRMICA DE UM FOGÃO SOLAR TIPO CAIXA**

**JOHNSON PONTES DE MOURA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Química.

Natal-RN

Outubro de 2007

Catálogo da publicação  
UFRN/Bibliotecas Setoriais do Centro de Tecnologia  
Bibliotecária: Cecília Isabel dos Santos - CRB-4/1077

**Moura, Johnson Pontes de**

Construção e avaliação térmica de um fogão solar tipo caixa/Johnson

Pontes de Moura - Natal: [s.n], 2007. 194p.

Orientador: Sebastião Ribeiro Ferreira

Co-orientador: Luiz Guilherme Meira de Souza

Dissertação - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. PPgEQ - Programa de Pós-graduação em Engenharia Química.

Modelagem. Energia solar. Transferência de calor.  
Fogões solares.

**RN/UF/BSECT**

**CDU:**

**MOURA, Johnson Pontes.** – Construção e Avaliação Térmica de um Fogão Solar Tipo Caixa. Dissertação de Mestrado, UFRN, Programa de Pós-graduação em Engenharia Química. Áreas de Concentração: Engenharia Ambiental, Engenharia de Processos, Modelagem e Simulação, Natal/RN, Brasil.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião Ribeiro Ferreira

Co-orientador: Prof. Dr. Luiz Guilherme Meira de Souza

---

**RESUMO:** O presente trabalho apresenta uma contribuição no estudo de modelagens de transferência de calor para os alimentos submetidos aos testes experimentais no forno solar proposto, onde foi avaliada a melhor modelagem para o bife de frango em estudo, comparando os resultados, considerando este alimento como um objeto semi-infinito (1<sup>o</sup> modelo proposto) e, em seguida, considerou o bife de frango como uma placa plana em regime transiente em duas condições distintas: não considerando e outro modelo considerando a contribuição do termo de geração, através do Critério de Pomerantsev. O Sol, além de fonte de vida, é a origem de todas as formas de energia que o homem vem utilizando durante sua história e pode ser a resposta para a questão do abastecimento energético no futuro, uma vez que aprendamos a aproveitar de maneira racional a luz que esta estrela constantemente derrama sobre nosso planeta. Brilhando a mais de cinco bilhões de anos, calcula-se que o Sol ainda nos privilegiará por outros seis bilhões de anos, ou seja, ele está apenas na metade de sua existência e lançará sobre a Terra, só neste ano, 4000 vezes mais energia que consumiremos. Frente a esta realidade, seria irracional não buscar, por todos os meios tecnicamente possíveis, aproveitar esta fonte de energia limpa, ecológica e gratuita. Na presente dissertação avalia-se o desempenho de um fogão solar do tipo caixa. Foi construído pelo grupo (LES) Laboratório de Energia Solar da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN um modelo de fogão solar do tipo caixa e foi testada a sua viabilidade técnica, propondo modelagens para alimentos submetidos ao assamento no forno solar o fogão tem características principais a facilidade de fabricação e montagem, o baixo custo (foi utilizada material compósito acessível às comunidades de baixa renda) e a simplicidade no mecanismo de movimentação do protótipo para incidência da luz solar direta. Foram propostas modelagens para cálculos do tempo mínimo de cozimentos de alimentos, considerando os seguintes modelos de transferência de calor no estado transiente: objeto semi-infinito, placa plana e o modelo da esfera para estudar a temperatura necessária para o assamento de pão (considerando geometria esférica). Após avaliação dos modelos de transmissão de calor para os alimentos submetidos aos processos de assamento, foram comparados os tempos obtidos pelas modelagens com os tempos experimentais de assamento no forno solar, explicitando a modelagem que melhor retrata a acurácia dos resultados do modelo.

---

**Palavras-chaves:** Modelagem; Energia Solar; Transferência de Calor; Fogões Solares.

---

**BANCA EXAMINADORA E DATA: 31 de outubro de 2007.**

Presidente:

-----  
Prof. Dr. Sebastião Ribeiro Ferreira - DEQ/UFRN – Orientador

Membros:

-----  
Prof. Dr. Luiz Guilherme Meira de Souza - DEM/UFRN – Co-orientador

-----  
Prof. Dr. Alfredo Ismael Curbelo Garnica - DTQA/UFPB

-----  
Prof. Dr. Everaldo Silvino dos Santos - DEQ/UFRN.

JOHNSON PONTES DE MOURA – Outubro/2007

**MOURA, Johnson Pontes.** – Construction and termic evaluation of a solar cooker of the type box. Program of Master Degree of Chemical Engineering – UFRN – Natal/RN – Brazil.

### ABSTRACT

The present work presents a contribution in the study of modelings of transference of heat for foods submitted to the experimental tests in the considered solar oven, where the best modeling for the beefburger of chicken in study was evaluated, comparing the results, considering this food as a half-infinite (1<sup>er</sup> object considered model) and, after that, considered the chicken beefburger as a plain plate in transient regimen in two distinct conditions: not considering and another model considering the contribution of the generation term, through the Criterion of Pomerantsev.

The Sun, beyond life source, is the origin of all the energy forms that the man comes using during its history and can be the reply for the question of the energy supplying in the future, a time that learns to use to advantage in rational way the light that this star constantly special tax on our planet. Shining more than the 5 billion years, it is calculated that the Sun still in them will privilege for others 6 billion years, or either, it is only in the half of its existence and will launch on the Earth, only in this year, 4000 times more energy that we will consume.

Front to this reality, would be irrational not to search, by all means technical possible, to use to advantage this clean, ecological and gratuitous power plant. In this dissertation evaluate the performance of solar cooker of the type box.

Laboratory of Solar Energy of the Federal University of the Great River of North - UFRN was constructed by the group (LES) a model of solar stove of the type box and was tested its viability technique, considering modeling foods submitted when baking in the solar oven, the cooker has main characteristic the easiness of manufacture and assembly, the low cost (was used material accessible composition to the low income communities) and simplicity in the mechanism of movement of the archetype for incidence of the direct solar light.

They had been proposals modeling for calculations of food the minimum baking time, considering the following models of transference of heat in the transient state: object the half-infinite, plain plate and the model of the sphere to study the necessary temperature for the it bakes of bread (considering spherical geometry). After evaluate the models of transmission of heat will be foods submitted you the processes of to it bakes of, the times gotten for the modeling with the experimental times of it bakes in the solar oven had been compared, demonstrating the modeling that more good that it portraies the accuracies of the results of the model.

---

**Keywords:** Modeling; Solar Energy; Heat Transference; Solar Stoves.

---

## **DEDICATÓRIA**

*A Deus, por sua graça sempre presente em minha vida;*

*Aos meus pais e minha esposa, Fabiana Alves Pinto, por todo amor, empenho e porto seguro;*

*Aos meus irmãos, por estarem sempre me incentivando e dando bons exemplos.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Dr. Sebastião Ribeiro Ferreira por sua dedicação, empenho e presteza e interesse demonstrado por este trabalho;

Ao professor Luiz Guilherme pelo envolvimento, colaboração, paciência e apoio em todas as horas, bem como seu companheirismo e amizade;

Ao Bolsista Érico Costa pela ajuda e dedicação aos trabalhos;

Aos amigos e companheiros do curso de Engenharia Química;

À coordenadora do Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, Professora Dra. Ana Lúcia da Mata.

<b>RESUMO</b>	<b>I</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>II</b>
<b>DEDICATÓRIA</b>	<b>III</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>IV</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>VII</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>XI</b>
<b>Capítulo 1 – Introdução Geral</b>	<b>01</b>
1.1. Objetivos	02
<b>Capítulo 2 – Aspectos Teóricos</b>	<b>04</b>
2.1. Utilização da energia solar e seus meios de transmissão	04
2.2. Sólido semi-infinito	17
2.3. Fogões solares	36
2.4. Tipos de concentradores solar de calor	39
2.5. Aspectos tecnológicos	42
2.6. Mapas do fluxo de radiação solar no território brasileiro	45
2.7. Eletricidade do Sol	49
2.8. Modelo Brasil – SR	50
2.9. Dados da energia solar (NE e RN)	52
<b>Capítulo 3 – Estado da Arte</b>	<b>55</b>
3.1. Análise do fogão solar tipo caixa	55
3.2. Análise e teste de 4 fogões solares	56
3.3. Testes e resultados dos fogões solares	63
3.4. Fogões concentradores	66
3.5. Determinação experimental da condutividade térmica do pão francês durante o processo de assamento	67
3.6. Análise discriminativa das características sensoriais	70
3.7. Procedimentos	71
<b>Capítulo 4 – Materiais e Métodos</b>	<b>75</b>
4.1. Materiais	75
4.2. Descrição do fogão	76
4.3. Métodos e testes	84

<b>Capítulo 5 – Modelagem do Processo e Análise dos Resultados</b>	<b>95</b>
<b>5.1.</b> Modelagem do tempo de cozimento solar realizado num fogão do tipo caixa considerando modelo do objeto semi-infinito	<b>95</b>
<b>5.2.</b> Modelagem do tempo de cozimento solar realizado num fogão do tipo caixa considerando modelo da placa plana	<b>105</b>
<b>5.3.</b> Programa em Matlab empregado como auxiliar no cálculo da função erro, com um argumento conhecido, segundo a expansão da série de potências	<b>113</b>
<b>5.4</b> Dados experimentais do pão de queijo no fogão solar tipo caixa	<b>114</b>
<b>5.5.</b> Modelagem da temperatura de assamento de pão de queijo (centro do alimento) no fogão solar tipo caixa considerando o pão de queijo como uma esfera, mas sem o termo de geração de energia	<b>115</b>
<b>5.6.</b> Modelagem da temperatura de assamento de pão de queijo (centro do alimento) no fogão solar tipo caixa considerando o pão de queijo como uma esfera, mas com o termo de geração de energia	<b>122</b>
<b>APÊNDICE I</b>	<b>137</b>
<b>APÊNDICE II</b>	<b>154</b>
<b>APÊNDICE III</b>	<b>156</b>
<b>APÊNDICE IV</b>	<b>159</b>
<b>CONCLUSÕES</b>	<b>177</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>180</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>188</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1.</b> Caixa solar com cobertura, janela e refletor	<b>05</b>
<b>Figura 2.2.</b> Efeito estufa	<b>06</b>
<b>Figura 2.3.</b> Efeito estufa na Terra	<b>06</b>
<b>Figura 2.4.</b> Radiação que atravessa uma vidraça	<b>07</b>
<b>Figura 2.5.</b> Orientação do vidro	<b>08</b>
<b>Figura 2.6.</b> Refletores para ganho solar	<b>08</b>
<b>Figura 2.7.</b> Tipos de energias radiantes (ondas eletromagnéticas) com frequências variadas	<b>11</b>
<b>Figura 2.8.</b> A curva de radiação para diferentes temperaturas	<b>12</b>
<b>Figura 2.9.</b> (a) correntes de convecção no ar. (b) correntes de convecção em um líquido	<b>16</b>
<b>Figura 2.10.</b> As moléculas de uma região de ar em expansão	<b>16</b>
<b>Figura 2.11.</b> Distribuições de temperaturas transientes em um sólido semi-infinito para três condições superficiais	<b>17</b>
<b>Figura 2.12.</b> Histórico das temperaturas em um sólido semi-infinito com transferência de calor por convecção na superfície	<b>22</b>
<b>Figura 2.13.</b> Contato interfacial entre dois sólidos semi-infinitos com diferentes temperaturas iniciais	<b>23</b>
<b>Figura 2.14.</b> Constante solar $G_S$ e radiação solar extraterrestre	<b>24</b>
<b>Figura 2.15.</b> Efeitos da atenuação atmosférica sobre a distribuição espectral da radiação solar	<b>26</b>
<b>Figura 2.16.</b> Radiação solar recebida na superfície terrestre	<b>27</b>
<b>Figura 2.17.</b> Radiação solar total sobre uma superfície horizontal	<b>29</b>
<b>Figura 2.18.</b> Coordenadas para a definição do fator de forma.	<b>31</b>
<b>Figura 2.19.</b> (a) Espaço fechado cheio com meio inerte; (b) balanço de energia por unidade de área da zona $i$	<b>33</b>
<b>Figura 2.20.</b> Espaço fechado com duas zonas e o circuito	<b>36</b>

equivalente

<b>Figura 2.21.</b> Massa térmica dentro do fogão solar	<b>37</b>
<b>Figura 2.22.</b> Material estrutural, de isolamento, transparente e resistente à umidade	<b>37</b>
<b>Figura 2.23.</b> Sistema Fotovoltáico Fixo	<b>41</b>
<b>Figura 2.24.</b> Sistema Fotovoltáico Móvel	<b>41</b>
<b>Figura 2.25.</b> Sistema de Iluminação Pública	<b>41</b>
<b>Figura 2.26.</b> Mapas de radiação solar global média mensal para o território brasileiro	<b>47</b>
<b>Figura 2.27.</b> Mapas de radiação solar média anual para o território brasileiro	<b>48</b>
<b>Figura 2.28.</b> Fluxograma do modelo de transferência radiativa BRASIL-SR.	<b>51</b>
<b>Figura 3.1.</b> Vista em perspectiva do fogão solar tipo caixa	<b>56</b>
<b>Figura 3.2.</b> Fogão solar painel de Bernard	<b>56</b>
<b>Figura 3.3.</b> Fogão 1 Tipo Estufa	<b>60</b>
<b>Figura 3.4.</b> Fogão 2 Tipo Estufa	<b>60</b>
<b>Figura 3.5.</b> Fogão 3 Tipo Concentrador Parabólico	<b>61</b>
<b>Figura 3.6.</b> Fogão 4 Tipo Concentrador Cônico	<b>61</b>
<b>Figura 3.7.</b> Temperatura da Água	<b>64</b>
<b>Figura 3.8.</b> Potência Específica dos Fogões Solares	<b>65</b>
<b>Figura 3.9.</b> Fogão solar construído no Laboratório de Máquinas Hidráulicas e Energia Solar (LMHES).	<b>66</b>
<b>Figura 3.10.</b> Fogões Concentradores	<b>67</b>
<b>Figura 3.11.</b> Foto da bandeja com o cilindro de alumínio e os pães com os termopares inseridos	<b>69</b>
<b>Figura 3.12.</b> Temperatura adimensional em função do tempo de assar do pão	<b>69</b>
<b>Figura 3.13.</b> Pão pré-assado após assamento final	<b>72</b>
<b>Figura 4.1</b> Ilustração esquemática das características do fogão solar experimental	<b>76</b>
<b>Figura 4.2.</b> Caixas solares mais largas captam mais luz solar do leste e do oeste	<b>77</b>
<b>Figura 4.3.</b> Diagrama para espelhos horizontais	<b>78</b>

<b>Figura 4.4.</b> Diagrama mostrando que dois espelhos têm um ângulo $\beta$ entre eles no raio incidente através de um ângulo $2\beta$	<b>79</b>
<b>Figura 4.5.</b> Diagrama ilustrando o efeito da concentração do fluxo de um par de espelhos tendo um pequeno ângulo $\beta$ entre eles	<b>80</b>
<b>Figura 4.6.</b> Diagrama do coletor horizontal com dois espelhos auxiliares de tamanho igual	<b>81</b>
<b>Figura 4.7.</b> Gráfico da variação do efeito do fluxo de concentração para o prato coletor horizontal usando dois lados de espelhos tendo um ângulo entre eles de $2\theta = 60^\circ$ e largura igual aquele absorvedor	<b>82</b>
<b>Figura 4.8.</b> Diagrama mostrando como um par de espelhos auxiliares pode ser ajustado para otimizar o prato coletor horizontal fixo para mudanças sazonais, para orientação Oeste-Leste do coletor e espelhos de altura igual para o absorvedor	<b>82</b>
<b>Figura 4.9.</b> Diagrama do Tabor (1966) arranjo do auxiliar do Leste-Oeste	<b>83</b>
<b>Figura 4.10.</b> Diagrama mostrando a mudança de fluxo com a hora do dia para o coletor horizontal liso tendo um espelho (vertical) auxiliar Leste-Oeste removível	<b>83</b>
<b>Figura 4.11.</b> Diagrama mostrando como o prato coletor horizontal pode ser aumentado com um espelho auxiliar plano para aumentar a secção óptica cruzada no inverno acima da secção cruzada no verão	<b>84</b>
<b>Figura 4.12.</b> Fogão solar proposto (LMHES) UFRN	<b>85</b>
<b>Figura 4.13.</b> A comparação das curvas de força de cozimento para quatro fogões com dois níveis de área interceptada e perda de calor	<b>93</b>
<b>Figura 5.1.</b> Modelo da placa para o bife de frango em estudo	<b>105</b>
<b>Figura 5.2.</b> Pão de queijo	<b>123</b>
<b>Figura I.1.</b> Esquema da vista lateral do fogão solar proposto com as suas diferentes temperaturas	<b>146</b>
<b>Figura I.2.</b> Esboço da pizza de 460 g utilizada	<b>147</b>

<b>Figura I.3.</b> Pizza no interior do fogão tipo caixa, início do experimento, propriedades organolépticas da pizza.	<b>148</b>
<b>Figura I.4.</b> (a), (b) Temperaturas colhidas durante a realização do experimento, Assamento da pizza utilizando materiais descartados na natureza.	<b>148</b>
<b>Figura I.5.</b> Pizza no interior do forno	<b>149</b>
<b>Figura I.6.</b> Fonte uniformemente distribuída	<b>159</b>
<b>Figura II.1.</b> Hambúrgueres de frango no forno solar	<b>163</b>
<b>Figuras III.1.</b> Assamento do bolo	<b>166</b>
<b>Figura IV.1.</b> Esquema do artifício utilizado no cálculo	<b>170</b>
<b>Figura IV.2.</b> Distribuição de Temperatura em uma placa infinita (problema de simetria)	<b>173</b>

**LISTA DE TABELAS**

<b>Tabela 2.1.</b> Dados: Centro de Estudos de Energia Solar	<b>52</b>
<b>Tabela 2.2.</b> Média Mensal: 250,3 – 3003,6 horas de Sol/ano	<b>53</b>
<b>Tabela 2.3.</b> Dados: Anuário Estatístico do RN/1997	<b>53</b>
<b>Tabela 3.1.</b> Quadro Sinótico das Características dos Protótipos de Fogões Solares	<b>62</b>
<b>Tabela 3.2.</b> Quadro Sinótico das Características dos Protótipos de Fogões Solares	<b>65</b>
<b>Tabela 3.3.</b> Valores médios das notas dos provadores referentes ao grau de diferença entre as amostras teste (pão pré-assado congelado) e amostra-controle (pão fresco)	<b>73</b>
<b>Tabela 5.1.</b> Tempo x Temperatura	<b>95</b>
<b>Tabela 5.2.</b> Tempo versus Temperatura para assamento do pão de queijo	<b>124</b>
<b>Tabela I.1.</b> Tempo x Temperatura (Experimento do dia 31/10/2006)	<b>147</b>
<b>Tabela I.2.</b> Tempo x Temperatura (Experimento do dia 12.04.2007)	<b>148</b>
<b>Tabela I.3.</b> Tempo versus temperatura (Experimento do dia 17.04.2007)	<b>149</b>
<b>Tabela I.4.</b> Comparativo do teor de água no alimento	<b>153</b>
<b>Tabela I.5.</b> Tempo versus Temperatura (Experimento do dia 05/12/2006)	<b>153</b>
<b>Tabela I.6.</b> Tempo versus Temperatura (Experimento do dia 12/12/2006)	<b>154</b>
<b>Tabela II.1.</b> Tempo versus Temperatura para assamento do hambúrguer	<b>164</b>
<b>Tabela III.1.</b> Tempo x Temperatura no centro do alimento	<b>166</b>
<b>Tabela III.2.</b> Tempo x Temperatura ambiente dentro do forno	<b>167</b>
<b>Tabela IV.1.</b> Tempo versus Temperatura	<b>168</b>
<b>Tabela IV.2.</b> Valores das constantes (An)	<b>177</b>
<b>Tabela IV.3.</b> Valores das constantes (Bn)	<b>178</b>

# Capítulo 1

## Introdução Geral

---

---

# 1. Introdução geral

O uso de concentradores para captar a energia solar, remonta pelo menos dois séculos antes de Cristo, quando Arquimedes havia repellido um ataque romano a Siracusa mas somente a partir da década passada se intensificaram os estudos e o desenvolvimento de tecnologias para cozinhas solares segundo Beyer *et al.* 2004.

A idéia de um fogão alimentado por energia solar não é novidade. Nem mesmo a utilização de parábolas para aquecer é uma descoberta: os vikings ateavam fogo às velas das embarcações inimigas utilizando um equipamento semelhante Beyer *et al.* (2004).

Segundo Beyer *et al.* 2004 os primeiros experimentos relacionados com fornos solares tipo caixa (fogões solares tipo caixa) para a preparação de alimentos foram descritos por Nicholas de Saussure, a mais de 200 anos, por volta de 1770. Saussure desenhou um fogão que consistia numa caixa retangular isolada e com a parte de cima envidraçada. A tampa da caixa, refletora, encarrega-se de concentrar a radiação dentro da caixa. Quando essa radiação entra na caixa, é absorvida pelo seu fundo que é pintado de preto mate, quando é libertada por este, já tem um comprimento de onda infravermelho, o que não permite que volte a passar pelo vidro (este é opaco aos infravermelhos). Este aparelho atinge cerca de 160 °C, conseguindo cozer ou assar qualquer alimento.

Em 1837, o astrônomo inglês John Herschel, filho do famoso astrônomo Sir William Herschel, construiu um pequeno dispositivo para seu próprio uso durante uma expedição que realizou no Cabo da Boa Esperança. Consistia também numa caixa negra que era enterrada na areia, para isolá-la termicamente, e era coberta com dupla chapa de vidro para permitir a entrada da luz solar e evitar que o calor escape. Herschel registrou uma temperatura de 116 °C nesse fogão, que era utilizado para cozinhar alimentos à base de carne e vegetais durante a expedição (Beyer et al., 2004).

Também C. G. Abbot, outro astrônomo nascido em 1873, usou um fogão solar ao sul do Monte Wilson, onde tinha o seu observatório, e lhe serviu durante muitos anos para preparar seus alimentos.

Desta forma, o fogão solar é um aparelho bastante simples de se fazer e utilizar, e que traz muitos benefícios a quem o utiliza, constituindo-se em um equipamento eficaz.

O presente trabalho visa da uma visão mais específica aos fornos solares tipo caixa, mostrando através de modelos matemáticos a relação entre tempo e temperatura, como diversos alimentos com geometrias diferentes são assados.

Talvez uma das diretivas prioritárias na concepção de um forno solar é dar-lhe uma visão moderna, uma imagem de alternativa do futuro ao fogão. Terá, contudo, de ser altamente resistente e facilmente transportável, mantendo a simplicidade de utilização e o baixo custo.

## **1.1. Objetivos**

### **1.1.1. Objetivos Gerais**

Construir e testar um fogão solar que pode vir a ser utilizado pelas comunidades carentes do nosso Estado, utilizando um compósito à base de gesso e isopor (produto derivado do petróleo e de baixo custo), e que pode ser naturalmente encontrado na região nordestina. Tal fogão teria possibilidade de servir como alternativa ao consumo de, por exemplo, lenha ou gás e serviria como forma de proteção ambiental.

### **1.1.2. Objetivos Específicos**

Construir um modelo de fogão solar e testar sua viabilidade técnica, que tenha como características principais a facilidade de fabricação e montagem, o baixo custo (utilizando material compósito acessível às comunidades de baixa renda).

Utilizar matérias-primas das regiões implantadas, adquiridas até mesmo em sucatas promovendo, assim, um estímulo à reciclagem de matérias e a preservação do meio ambiente.

Demonstrar o uso do fogão ecológico.

Estudar modelos de transferência de calor para calcular o tempo de cozimento em um fogão solar tipo caixa.

Implementar um programa para a modelagem e simulação do processo de cozimento.

---

---

## **Capítulo 2**

### **Aspectos Teóricos**

---

---

## **2. Aspectos Teóricos**

A energia evoluciona no seu uso (fontes e técnicas), inerentemente a elementos como: os sócio-econômicos que incluem aspectos como as necessidades, o mercado, o capital disponível, os benefícios, a regulamentação; os culturais como os gostos, satisfação, curiosidades, espírito de sacrifício para alcançar um objetivo, e difusão do conhecimento; os conhecimentos teóricos e científicos, outras tecnologias e seu desenvolvimento. Isto tudo demonstra que o uso da energia evolui de uma forma não linear.

### **2.1. Utilização da energia solar e os seus meios de transmissão**

#### **2.1.1. Utilizações Puramente Térmicas**

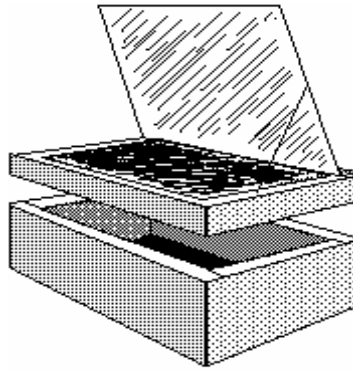
São utilizações puramente térmicas as que a radiação solar é convertida em calor, sendo esse calor transmitido a uma “chapa” (placa). Nesta área da energia solar estão incluídos os coletores solares para aquecimento de líquidos, os secadores solares para grãos, frutos e sementes, os destiladores solares e os fogões solares.

#### **2.1.2. Meios de transferência de energia**

As pessoas usam os fogões solares principalmente para cozinhar e ferver água, embora outros usos estejam sendo continuamente desenvolvidos. Numerosos fatores, incluindo acesso a materiais, disponibilidade de combustíveis tradicionais para cozinhar, clima, preferências culinárias, fatores culturais, capacidade técnicas, afetam a aproximação das pessoas ao cozimento solar (Ültanir, 1994).

Com o entendimento dos princípios básicos da energia solar e o acesso de materiais simples como papelão, folhas de alumínio e vidro, pode-se projetar no fogão solar eficiente, como o apresentado na Figura 2.1.

Estes princípios são apresentados em termos gerais de tal forma que eles possam ser aplicados em uma grande variedade de problemas de projetos. Seja a necessidade de ferver água, cozinhar comida, secar peixe ou grãos;



**Figura 2.1.** Caixa solar com cobertura, janela e refletor.

### 2.1.2.1. Princípios de aquecimento

O propósito básico de um fogão solar de caixa é que o mesmo sirva para purificar água, esterilizar instrumentos, para citar poucos.

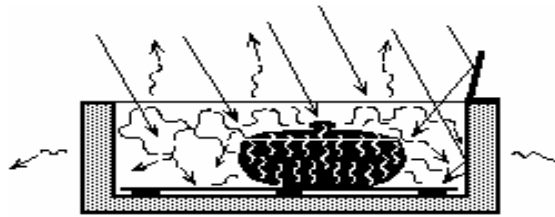
A caixa solar cozinha porque o interior dela é aquecido devido à energia captada do Sol. A luz do Sol, tanto direta quanto refletida, entra na caixa através do topo de vidro ou plástico. Ela se torna energia calorífica e é absorvida por um prato preto absorvente ou vasilha de cozimento. Esse calor interno faz com que a temperatura dentro do fogão solar de caixa aumente até que a perda de calor dentro do fogão seja igual ao ganho. Temperaturas suficientes para cozimento de comida ou pasteurização da água são facilmente alcançadas.

Dadas duas caixas que têm a mesma capacidade de retenção de calor ficará mais quente, aquela caixa que tem maior ganho, devido à luz solar com maior energia incidente ( $W/m^2$ ) ou à luz solar adicional devido a um refletor.

Dadas duas caixas que tenham igual ganho de calor, aquela que tiver melhor capacidade de retenção de calor, ou seja, com melhor isolamento nas paredes, fundo e topo, irá alcançar uma temperatura interior mais alta.

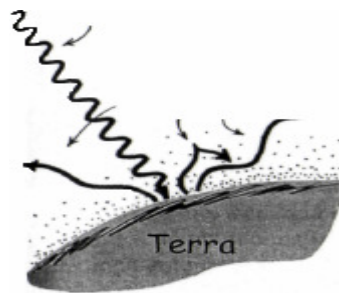
#### 2.1.2.1.1. Ganho de calor

**Efeito estufa:** Esse efeito resulta do aquecimento em espaços fechados nos quais a luz solar passa através de um material transparente tal como vidro ou plástico, como ilustrado na Figura 2.2. A luz visível facilmente passa através do vidro e é absorvida e refletida por materiais dentro do espaço fechado.



**Figura 2.2.** Efeito estufa.

A Terra e sua atmosfera ganham energia quando absorvem a energia radiante vinda do Sol. Isso aquece o planeta. A Terra, por sua vez, emite radiação terrestre, a maior parte da qual acaba escapando para o espaço exterior, como destacado na Figura 2.3. A absorção e a emissão prosseguem a taxas iguais até produzirem uma temperatura média de equilíbrio. A temperatura da Terra aumenta quando aumenta a incidência de energia radiante ou quando diminui o escape da radiação terrestre.



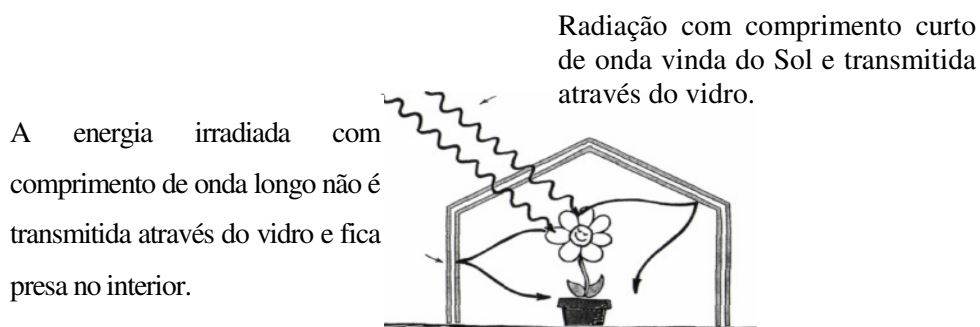
**Figura 2.3.** Efeito estufa na Terra.

O efeito estufa é o aquecimento da atmosfera mais baixa dos gases atmosféricos sobre o balanço entre a radiação solar e a radiação terrestre. Por causa da alta temperatura do Sol, a radiação solar é formada por ondas de alta frequência – ultravioleta, luz visível e ondas da parte mais alta da região de infravermelho do espectro. A atmosfera é transparente a grande parte dessa radiação, especialmente à luz visível, de modo que a radiação solar alcança facilmente a superfície da Terra onde é absorvida. A superfície terrestre, por sua vez, "re-irradia" parte dessa energia, mas como a temperatura da superfície terrestre é relativamente mais fria, ela "re-irradia" a energia em baixas frequências - principalmente nos comprimentos de onda mais longos do infravermelho. Determinados gases atmosféricos (principalmente vapor d'água e gás carbônico) absorvem e "re-emitem" grande parte dessa radiação de comprimento de onda longo de

volta para a Terra. De modo que a radiação de comprimento de onda longo, que realmente não escapa da atmosfera terrestre, ajuda a mantê-la aquecida. Esse processo é importante, pois sem ele a Terra seria gélida com temperatura de cerca de  $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ . O problema ambiental atual é que o excesso de dióxido de carbono e de outros gases dos assim chamados "gases do efeito estufa" retêm energia e tornam a Terra quente demais. As emissões vulcânicas constituem a maior fonte poluidora da atmosfera terrestre. De longe elas tornam acanhadas as emissões industriais e as da atividade humana em geral, portanto, de novo, parte do efeito estufa pode ser precisamente o que a Terra precisa para prevenir uma próxima idade do gelo.

O efeito estufa atmosférico recebeu este nome a partir das estufas de vidro usadas pelos fazendeiros e floristas para "prender" a energia solar. O vidro é transparente às ondas da luz visível, mas opaco às radiações ultravioleta e infravermelha. O vidro atua como uma espécie de válvula unidirecional. Ele permite que a luz visível entre na estufa, mas impede os comprimentos de onda mais longos de deixá-la. Assim, os comprimentos de onda curtos da luz solar atravessam o telhado de vidro da estufa e são absorvidos pelo solo e pelas plantas em seu interior. O solo e as plantas, por sua vez, emitem ondas de infravermelho com comprimentos de onda longos. Essa energia não consegue atravessar o vidro e sair, o que aquece o interior da estufa.

Curiosamente, nas estufas dos fazendeiros e floristas, o calor é mantido principalmente pela habilidade do vidro de impedir que as correntes de convecção misturem o ar mais frio do exterior com o ar mais quente do interior. O efeito estufa desempenha um papel mais importante no aquecimento global da Terra do que no aquecimento das estufas, conforme se observa na Figura 2.4.



**FIGURA 2.4.** O vidro é transparente à radiação de comprimento de onda curto, mas é opaco à radiação de comprimento de onda longo.

**Orientação do vidro:** Quanto mais diretamente o vidro estiver voltado para o Sol, maior será o ganho de calor solar. Embora o vidro seja de mesma área na caixa 1 e na caixa 2, mais luz solar passa pelo vidro na caixa 2, porque ele está voltado mais diretamente para o Sol. Note que na Figura 2.5, a caixa 2 também tem uma maior área de parede através da qual o calor é perdido, mas este efeito pode ser minimizado se as paredes forem isoladas termicamente de forma adequada.

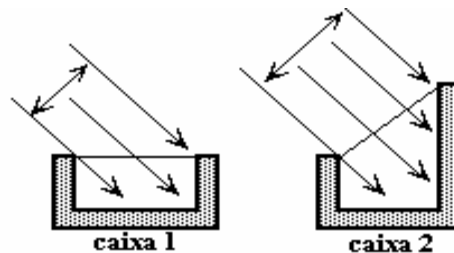


Figura 2.5. Orientação do vidro

**Refletores, ganho adicional:** Um refletor simples ou múltiplos refletores refletem luz solar adicional através do vidro e dentro da caixa solar, como é mostrado na Figura 2.6. Essa energia solar adicional resulta em temperaturas mais altas, isso possibilita que dentro da caixa, consiga-se obter um efeito estufa de maior magnitude.

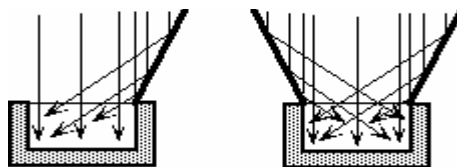


Figura 2.6. Refletores para ganho solar

#### 2.1.2.1.2. Perda de Calor

A segunda lei da termodinâmica declara que o calor é sempre transferido espontaneamente do corpo mais quente para o corpo mais frio. O calor dentro de um fogão solar de caixa é dissipado de três maneiras básicas: Condução, Radiação e Convecção.

### ✓ **Condução:**

Ao se manter a extremidade de uma agulha de ferro em uma chama, logo ela ficará quente demais para que se possa segurá-la. O calor penetra na agulha de metal pela extremidade mantida na chama e é transferida para toda agulha. Esse modo de transmissão de calor é chamado de condução. O fogo faz os átomos da extremidade aquecida vibrarem cada vez mais rapidamente. Em consequência, esses átomos e elétrons livres colidem com seus vizinhos e assim por diante. Esse processo de múltiplas colisões continua até que o aumento no movimento seja transmitido a todos os átomos, e o corpo inteiro torne-se mais quente. A condução de calor ocorre por meio de colisões atômicas e eletrônicas.

O quanto um determinado objeto conduz bem ou mal o calor depende das ligações em sua estrutura atômica ou molecular. Os sólidos formados por átomos com um ou mais de seus elétrons mais externos "fracamente" ligados, são bons condutores de calor (e de eletricidade). Os metais possuem os elétrons externos mais "fracamente" ligados, que são livres para transportar energia por meio de colisões através do metal. Por essa razão eles são excelentes condutores de calor e de eletricidade. A prata é o melhor condutor de todos, seguido do cobre e, entre os metais comuns, o alumínio e depois o ferro são os próximos em ordem. Lã, madeira, papel, cortiça e isopor, por outro lado, são condutores pobres de calor, porque os elétrons mais externos dos átomos desses materiais estão firmemente ligados. Os maus condutores são denominados isolantes.

Como a madeira é um bom isolante, ela é usada para revestir os cabos de utensílios de cozinha. Mesmo quando está quente, uma pessoa pode agarrar o cabo revestido de madeira de uma panela com as mãos descobertas e rapidamente retirá-la do forno aceso sem queimar-se. Se o cabo fosse de ferro, à mesma temperatura, certamente a pessoa queimaria sua mão.

A maior parte dos líquidos e dos gases são maus condutores de calor. O ar é um péssimo condutor. As boas propriedades isolantes de materiais como lã, peles e penas devem-se principalmente aos espaços com ar que elas contêm. Outras substâncias porosas são igualmente bons isolantes por causa de seus pequenos espaços cheios de ar. A equação 2.1 ilustra a transferência de calor por condução.

$$q'' = -k \frac{dT}{dx} \quad (2.1)$$

Onde,

$q''$ : Fluxo de calor por condução;

$k$ : Coeficiente de condutividade térmica;

$dT$ : Diferença (infinitesimal) de temperatura dentro do material;

$dx$ : Diferença (infinitesimal) do espaço dentro do material.

### ✓ **Radiação:**

A energia vinda do Sol atravessa o espaço, depois a atmosfera terrestre para, então, aquecer a superfície da Terra. Essa energia não passa através da atmosfera por condução, pois o ar é um mau condutor. Também não passa por convecção, pois esta só tem início quando a Terra já está aquecida. Sabe-se também que no espaço vazio (no Vácuo) não é possível haver transmissão da energia solar por convecção ou condução. Assim, tem-se que a energia deve ser transmitida de outra maneira, por radiação. A radiação que está sendo tratada é a radiação eletromagnética, “incluindo a luz visível”. A mesma não deve ser confundida a radioatividade. A energia transmitida dessa maneira é denominada energia radiante equação 2.2.

$$q_{Rad} = h_r A (T_s - T_{viz}) \quad (2.2)$$

Onde,

$q_{Rad}$ : Fluxo de calor por radiação;

$h_r$ : Coeficiente de transferência de calor por Radiação;

$A$ : Área;

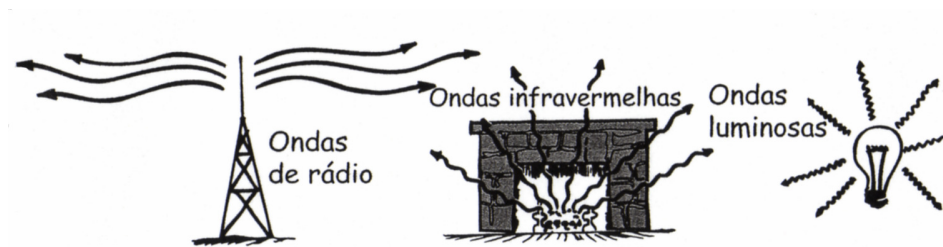
$T_s$ : temperatura da superfície;

$T_{viz}$ : Temperatura da vizinhança.

A energia radiante está na forma de ondas eletromagnéticas. Isso inclui as ondas de rádio, as microondas, a luz visível, a radiação ultravioleta, os raios X e os raios gama. Essas formas de energia radiante estão citadas aqui por ordem de comprimento de onda, do mais longo para o mais curto. A radiação infravermelha (abaixo do vermelho) tem um comprimento de onda mais longo do que o da luz visível. Os mais longos comprimentos de

onda visíveis são os da luz vermelha e os mais curtos são os da luz violeta. A radiação ultravioleta (além do violeta) tem comprimentos de onda mais curtos ainda.

O comprimento de onda da radiação está relacionado com a sua frequência. A frequência é a taxa de vibração de uma onda. Na Figura 2.7 se mostram vários tipos de ondas eletromagnéticas com frequências distintas utilizadas no cotidiano.



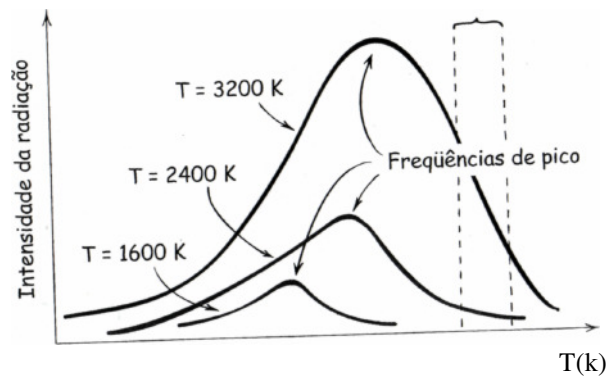
**Figura 2.7.** Tipos de energias radiantes (ondas eletromagnéticas) com frequências variadas.

Deve-se notar o que acontece com as ondas eletromagnéticas. Vibrações com alta frequência produzem ondas curtas, enquanto vibrações com baixa frequência produzem ondas longas.

#### ✓ Emissão de Energia Radiante

Todas as substâncias a qualquer temperatura acima do zero absoluto emitem energia radiante. A frequência de pico  $\bar{f}$  da energia radiante é diretamente proporcional à temperatura absoluta  $T$  do emissor como o apresentado na Figura 2.8.

A superfície do Sol tem alta temperatura (pelos padrões terrestres) e, portanto, emite energia radiante em alta frequência - boa parte dela na faixa visível do espectro. A superfície da Terra, em comparação, é relativamente fria e, desse modo, a energia radiante que ela emite tem uma frequência mais baixa do que a da luz visível. A radiação emitida pela Terra está na forma de ondas infravermelhas - abaixo do limiar de nossa visão. A energia radiante emitida pela Terra é chamada de radiação terrestre.



**Figura 2.8.** A curva de radiação para diferentes temperaturas. A frequência do pico da energia radiante é diretamente proporcional à temperatura absoluta do emissor.

### ✓ Absorção de Energia Radiante

Bons emissores de energia radiante são também bons absorvedores dela; maus emissores são maus absorvedores. Por exemplo, uma antena de rádio construída para ser um bom emissor de ondas de rádio é também, por sua própria concepção, um bom receptor (absorvedor) delas. Uma antena transmissora mal projetada será também um mau receptor.

É interessante observar que se um bom emissor não fosse também um bom absorvedor, objetos negros se manteriam mais quentes do que objetos com cores mais claras e os dois jamais alcançariam uma temperatura comum. Objetos em contato térmico, desde que se espere bastante tempo, acabam alcançando uma mesma temperatura. Um pavimento de asfalto e um automóvel escuro mantêm-se mais quentes do que seus arredores em um dia quente. Mas, ao anoitecer, os objetos escuros esfriam mais rápido. Cedo ou tarde, todos os objetos chegarão ao equilíbrio térmico. Assim, um objeto escuro que absorve muita energia radiante terá que também emitir muita energia.

Toda superfície, quente ou fria, tanto absorve como emite energia radiante. Se a superfície absorve mais do que emite, ela é predominantemente um absorvedor e sua temperatura se eleva. Ao contrário, se ela emite mais do que absorve, ela é predominantemente um emissor e sua temperatura baixa. Se uma superfície está desempenhando o papel predominante de absorvedora ou emissora depende da sua temperatura estar acima ou abaixo da temperatura da vizinhança. Se ela está mais quente

do que a vizinhança, ela será predominantemente um emissor e esfriará. Se ela está mais fria, será predominantemente um absorvedor e se aquecerá.

### ✓ **Reflexão de Energia Radiante**

A absorção e a reflexão são processos que se opõem. Um bom absorvedor de energia radiante reflete muito pouco esse tipo de energia, incluindo a luz visível. Portanto, uma superfície que reflete muito pouco ou nada de energia radiante aparece como escura. De modo que um bom absorvedor parece escuro e um absorvedor perfeito não reflete qualquer energia radiante e parece completamente negro.

Bons refletores, por outro lado, são maus absorvedores. A neve clara é um bom refletor e, portanto, não derrete rapidamente quando exposta à luz do Sol. Se a neve está suja, ela absorve mais energia radiante vinda do Sol e derrete mais rápido. Uma técnica às vezes usada para controlar inundações é cobrir a superfície da neve das montanhas com fuligem jogada de aviões. O derretimento controlado em épocas apropriadas, ao invés de uma súbita avalanche de neve derretida, é favorecido por essa técnica.

### ✓ **Resfriamento Noturno por Radiação**

Há corpos que irradiam mais energia do que recebem e tornam-se mais frios. Isso acontece à noite, quando a radiação solar está ausente. Um objeto que é deixado fora de casa durante a noite irradia energia para o espaço e, devido à ausência de quaisquer corpos quentes em sua vizinhança, recebe muito pouca energia de volta. Portanto, ele perde mais energia do que ganha e torna-se mais frio, mas se o objeto for um bom condutor de calor - como um metal, uma pedra ou o concreto - haverá condução de calor para ele vindo do solo, o que às vezes estabiliza sua temperatura. Por outro lado, materiais tais como madeira, palha e vidro são maus condutores, e pouco calor será conduzido para eles a partir do solo. Esses materiais isolantes são predominantemente radiadores e conseguem ficar mais frios do que o ar. É comum que esses materiais fiquem cobertos de geada mesmo quando a temperatura do ar não caiu abaixo do ponto de congelamento da água.

A própria Terra troca calor com sua vizinhança. O Sol é uma parte dominante da vizinhança terrestre durante o dia. Neste período, a Terra absorve mais energia radiante do que emite. Durante a noite, se o ar está relativamente transparente, a Terra irradia mais

energia para o espaço do que recebe. Como os pesquisadores Arno Penzias e Robert Wilson, dos laboratórios da Bell Telephone, descobriram em 1965, o espaço exterior possui uma temperatura - cerca de 2,7 K (2,7 graus acima do zero absoluto). O próprio espaço emite uma radiação fraca, característica daquela temperatura baixa.

### ✓ **A Lei de Newton do Esfriamento**

Um objeto que está a uma temperatura diferente da temperatura de sua vizinhança termina alcançando uma temperatura em comum com ela. Um objeto relativamente quente esfria enquanto aquece sua vizinhança.

A taxa de esfriamento de um objeto depende de quanto mais quente ele está em relação a sua vizinhança. A variação de temperatura por minuto de uma torta de maçã quente será maior se a torta for colocada no interior de um congelador, em vez de na mesa da cozinha. Quando a torta esfria dentro do congelador, a diferença entre sua temperatura e a da vizinhança é maior do que no outro caso. Uma casa aquecida perderá calor para o exterior frio a uma taxa maior quando existir uma grande diferença entre as temperaturas do interior da casa e do exterior. Manter o interior de sua casa a uma temperatura alta em um dia frio custa mais caro do que mantê-la a uma temperatura mais baixa. Ao se manter pequena a diferença de temperaturas, então, conseguirá uma taxa de esfriamento correspondentemente baixa.

A taxa de esfriamento de um objeto seja por condução ou convecção é aproximadamente proporcional à diferença de temperatura  $\Delta T$  entre o objeto e sua vizinhança.

$$\text{Taxa de esfriamento} \sim \Delta T$$

A lei vale também para o aquecimento. Se um objeto está mais frio do que sua vizinhança, sua taxa de aquecimento será também proporcional a  $\Delta T$ . A comida congelada se aquecerá mais rapidamente em uma sala aquecida do que numa sala fria.

A taxa de esfriamento que se experimenta em um dia frio pode ser aumentada pela convecção adicional devido ao vento. Refere-se a isso como a sensação térmica do vento. Por exemplo, um vento que produz uma sensação térmica de  $-20^{\circ}\text{C}$  significa que

estariamos perdendo calor na mesma taxa que seria perdida se não houvesse o vento, mas se a temperatura fosse de  $-20^{\circ}\text{C}$ .

✓ **Convecção:**

Os líquidos e os gases transmitem calor principalmente por convecção, que é a transferência de calor devido ao próprio movimento do fluido. Diferentemente da condução (em que o calor é transmitido através de sucessivas colisões de átomos e de elétrons), a convecção envolve o movimento de massa - o movimento global de um fluido, como representado na equação 2.3.

$$q'' = h(T_s - T_{\infty}) \quad (2.3)$$

Onde,

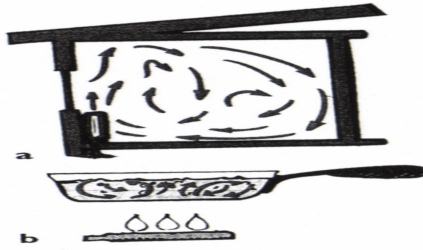
$q''$ : Fluxo de calor;

$h$ : Coeficiente de transferência de calor por convecção;

$T_s$ : Temperatura da superfície;

$T_{\infty}$ : Temperatura do ambiente.

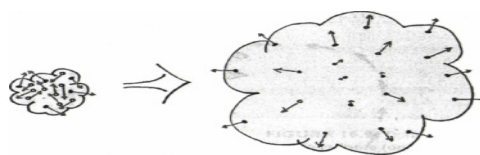
Ela pode ocorrer em todos os fluidos, sejam líquidos ou gases. Ao se aquecer a água em uma panela ou se aquecer o ar de uma sala, o processo é o mesmo como apresentado na Figura 2.9. Quando o fluido é aquecido por baixo, as moléculas do líquido que estão no fundo passam a mover-se mais rapidamente, afastando-se, em média, mais umas das outras, tornando menos denso o material, de maneira que surge uma força de empuxo que empurra o fluido para cima. Fluido mais frio e mais denso, então, move-se de modo a ocupar o lugar do fluido agora mais quente do fundo. Dessa maneira, as correntes de convecção mantêm o fluido em circulação enquanto ele esquentando - o fluido mais aquecido afastando-se da fonte de calor e o fluido mais frio movendo-se em direção à fonte de calor.



**Figura 2.9.** (a) correntes de convecção no ar. (b) correntes de convecção em um líquido.

As correntes de convecção ocorrem também na atmosfera, afetando com isso o clima. Quando o ar é aquecido, ele se expande. Desse modo ele se torna menos denso que o ar circundante. Como um balão, ele sofre ação de um empuxo ascendente. Quando o ar que se elevou alcança uma altitude na qual sua densidade se iguala à do ar circundante, ele pára de subir. Isso é evidente quando se observa a fumaça de um fogo elevar-se e depois se acomodar quando esfria e sua densidade se iguala à do ar circundante mais no alto. O ar aquecido se expande ao elevar-se, porque ao atingir altitudes maiores uma pressão atmosférica menor estará atuando sobre ele. Quando o ar se expande, se resfria.

Pode-se compreender o resfriamento do ar que sofre uma expansão concebendo as moléculas de ar como sendo minúsculas bolas de “ping-pong” ricocheteando umas nas outras. Uma bola aumenta sua velocidade ao ser atingida por uma outra que se aproxima dela com uma velocidade maior. Mas quando uma delas colide com outra que está se afastando, sua velocidade após o ricocheteio é reduzida. Analogamente com uma bola de “ping-pong” que se movimenta em direção à raquete; ela torna-se mais rápida depois de colidir com uma raquete que se aproxima, mas perde velocidade ao colidir com uma raquete que se afasta. A mesma idéia se aplica a uma região em que o ar está se expandindo: suas moléculas colidem, em média, mais com moléculas que estão se afastando, do que com moléculas que estão se aproximando como mostrado na Figura 2.10. Assim, no ar em expansão, a velocidade média das moléculas diminui e o ar esfria. Neste caso ela é convertida em trabalho realizado sobre o ar circundante, quando o ar em expansão o empurra para fora.

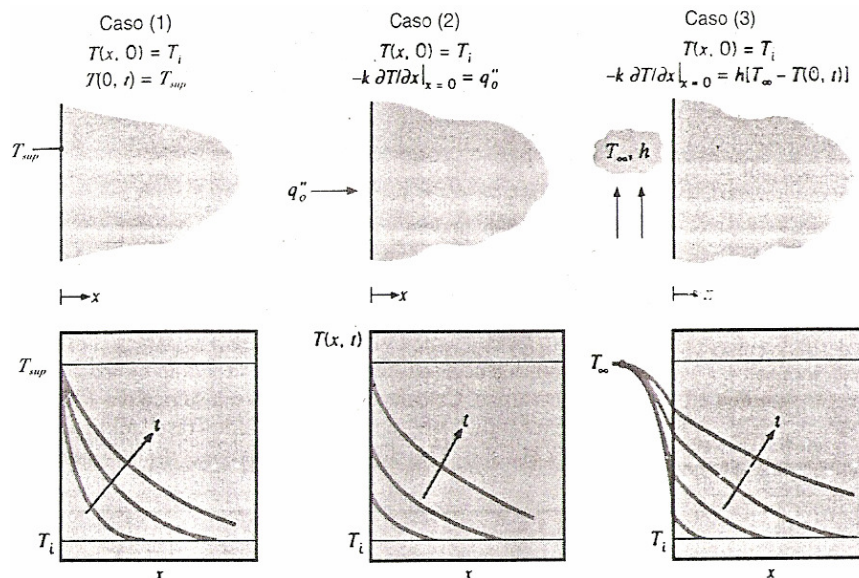


**FIGURA 2.10.** As moléculas de uma região de ar em expansão.

## 2.2. Sólido Semi-infinito

Uma geometria simples, na qual soluções analíticas podem ser obtidas, é o *sólido semi-infinito*. Uma vez que tal sólido se estende até o infinito em todas as direções exceto em uma, ele é caracterizado por uma única superfície identificável apresentado na Figura. 2.11. Se uma súbita mudança for imposta nas condições dessa superfície, condução unidimensional em regime transiente ocorrerá no interior do sólido. O sólido semi-infinito fornece uma *idealização útil* para muitos problemas práticos. Ele pode ser usado na determinação da transferência de calor transiente em uma região próxima à superfície do solo, ou então para aproximar a resposta transiente de um sólido finito, como uma placa espessa. Nesse segundo caso, a aproximação é razoável na porção inicial do processo transiente, quando as temperaturas no interior da placa (em pontos distantes da sua superfície) ainda não tenham sido influenciadas pela mudança nas condições superficiais, ou seja:

$$T(x \rightarrow \infty, t) = T_i \quad (2.4)$$



**Figura 2.11.** Distribuições de temperaturas transientes em um sólido semi-infinito para três condições superficiais: temperatura superficial constante, fluxo térmico na superfície constante e convecção na superfície (Incropera e De Witt, 1996).

Soluções em forma fechada foram obtidas para três importantes condições Superficiais, impostas instantaneamente em  $t = 0$  (Carslaw e Jaeger, 1959, Incropera e De Witt, 1996). Essas condições são mostradas na Fig. 2.11. Elas incluem a imposição de uma temperatura superficial constante  $T_{Sup} \neq T_i$ , a aplicação de um fluxo térmico constante na superfície  $q''$  e a exposição da superfície a um fluido caracterizado por  $T_\infty \neq T_i$  e um coeficiente de transferência de calor por convecção.

A solução para o caso I pode ser obtida através do reconhecimento da existência de uma *variável similar*  $\eta$ , com a qual a equação do calor pode ser transformada de uma equação diferencial parcial, que envolve duas variáveis independentes ( $x$  e  $t$ ), em uma equação diferencial ordinária expressa em termos de uma única variável independente, a variável similar. Para confirmar que tal exigência é satisfeita por  $\eta \equiv (x/4\alpha t)^{1/2}$ , em primeiro lugar, transforma-se os operadores diferenciais pertinentes:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{dT}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{(4\alpha t)^{1/2}} \frac{dT}{d\eta} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= \frac{d}{d\eta} \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right] \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t} \frac{d^2 T}{d\eta^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{dT}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{x}{2t(4\alpha t)^{1/2}} \frac{dT}{d\eta}\end{aligned}$$

Substituindo as transformações a equação do calor adquire a seguinte forma:

$$\frac{d^2 T}{d\eta^2} = -2\eta \frac{dT}{d\eta} \quad (2.5)$$

Com  $x = 0$  correspondendo a  $\eta = 0$ , a condição de contorno na superfície pode ser representada por:

$$T(\eta = 0) = T_{Sup} \quad (2.6)$$

e com  $(x \rightarrow \infty)$ , bem como  $t = 0$ , correspondendo a  $(\eta \rightarrow \infty)$ , a condição inicial e a condição de contorno no interior do sólido correspondente a uma única exigência.

$$T(\eta \rightarrow \infty) = T_i \quad (2.7)$$

Uma vez que a equação do calor transformada e as condições de contorno/inicial são independentes de  $x$  e  $t/\eta \equiv x/(4\alpha t)^{1/2}$  é, de fato, uma variável similar. Sua existência implica que a forma da distribuição de temperaturas no meio. A forma específica dependência da temperatura,  $T(\eta)$ , pode ser obtida pela combinação de variáveis na Equação 2.5, tal que

$$\frac{d(dT/d\eta)}{(dT/d\eta)} = -2\eta d\eta$$

Integrando, tem-se que

$$\ln(dT/d\eta) = -\eta^2 + C_1'$$

Integrando novamente, se obtém:

$$T = C_1 \int_0^{\eta} \exp(-u^2) du + C_2 \quad (2.8)$$

Onde  $u$  é uma variável auxiliar (variável de integração). Utilizando a condição de contorno em  $\eta = 0$ , Equação 2.8, segue-se que  $C_2 = T_{Sup}$  e

$$T = C_1 \int_0^{\eta} \exp(-u^2) du + T_{Sup}$$

Com a segunda condição de contorno, Equação. 2.7, se obtém:

$$T = C_1 \int_0^{\infty} \exp(-u^2) du + T_{Sup}$$

Ou, avaliando a integração definida,

$$C_1 = \frac{2(T_i - T_{Sup})}{\pi^{\frac{1}{2}}}$$

Portanto, a distribuição de temperaturas pode ser representada por:

$$\frac{T - T_{Sup}}{T_i - T_{Sup}} = \left( \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}} \right) \int_0^\eta \exp(-u^2) du \equiv \text{erf } \eta \quad (2.9)$$

Onde a função erro de Gauss, erf  $\eta$ , é uma função matemática clássica que se encontra tabelada nos anexos. O fluxo térmico na superfície pode ser determinado pela utilização da lei de Fourier em  $x = 0$ :

$$q_{Sup}''(t) = \frac{k(T_{Sup} - T_1)}{\sqrt{(\pi\alpha t)}} \quad (2.10)$$

Soluções analíticas também podem ser obtidas para as condições superficiais descritas nos casos 2 e 3. Os resultados para os três casos são resumidos a seguir (Incropera e De Witt, 1996).

### Caso 1 Temperatura Superficial Constante: $T(0, t) = T_{Sup}$

$$\frac{T(x, t) - T_{Sup}}{T_i - T_{Sup}} = \text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right) \quad (2.11)$$

$$q_{Sup}''(t) = \frac{k(T_{Sup} - T_1)}{\sqrt{(\pi\alpha t)}} \quad (2.12)$$

### Caso 2 Fluxo Térmico Constante na Superfície: $q''_{sup} = q_0''$

$$q''_s = q_0''$$

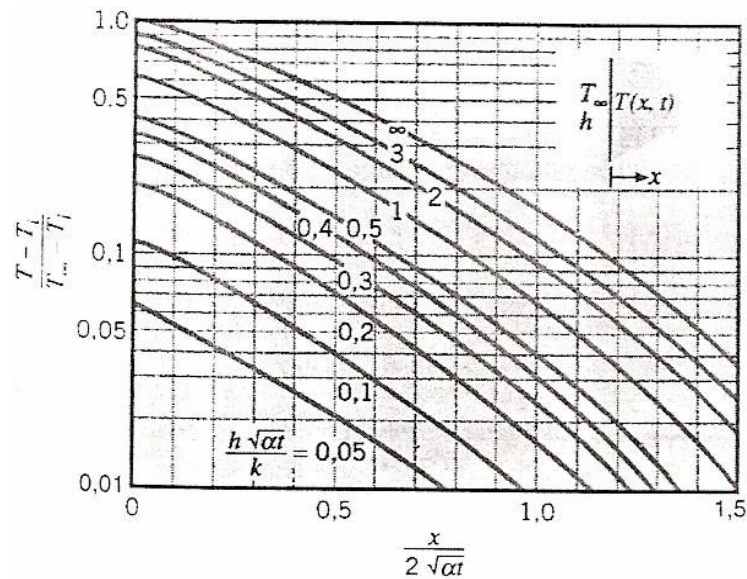
$$T(x, t) - T_i = \frac{2q_0''(\alpha t / \pi)^{\frac{1}{2}}}{k} \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_0'' x}{k} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (2.13)$$

**Caso 3 Convecção na Superfície:**  $k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h[T_{\infty} - T(0,t)]$

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_{\infty} - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[ \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \right] \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \right] \quad (2.14)$$

A função erro complementar,  $\operatorname{erfc} w$ , é definida como  $\operatorname{erfc} w \equiv 1 - \operatorname{erf} w$ .

Históricos das temperaturas para os três casos são mostrados na Figura. 2.12, e as características que os distinguem podem ser observadas. Com uma mudança em forma de degrau na temperatura superficial, caso 1, à medida que  $t$  aumenta as temperaturas no interior do meio se aproximam monotonicamente de  $T_{Sup}$  enquanto a magnitude do gradiente de temperatura na superfície, e portanto do fluxo térmico correspondente diminui proporcionalmente a  $t^{-1/2}$ . Em contraste, para um fluxo térmico constante na superfície (caso 2), a Equação 2.11 revela que  $T(0, t) = T_{Sup}(t)$  aumenta monotonicamente com  $t^{1/2}$ . Com a superfície exposta à transferência de calor por convecção (caso 3), a temperatura superficial e as temperaturas no interior do meio tendem ao valor da temperatura do fluido  $T_{\infty}$  com o transcorrer do tempo. À medida que  $T_{Sup}$  se aproxima de  $T_{\infty}$ , existe, obviamente, uma redução do fluxo térmico na superfície,  $q''_{sup}(t) = h[T_{sup}(t) - T_{\infty}]$ . Históricos das temperaturas calculados pela Equação 2.14 estão apresentados na Figura. 2.12. O resultado correspondendo a  $h = \infty$  é equivalente ao associado a uma súbita mudança na temperatura superficial, caso 1. Isto é, para  $h = \infty$ , a superfície atinge instantaneamente a temperatura do fluido ( $T_{sup} = T_{\infty}$ ) e, com o segundo termo no lado direito da Equação 2.10 se anulando, o resultado é equivalente a Equação 2.10.



**Figura 2.12.** Histórico das temperaturas em um sólido semi-infinito com transferência de calor por convecção na superfície (Incropera e De Witt, 1996).

Uma permutação interessante do caso 1 ocorre quando dois sólidos semi-infinitos, inicialmente a temperaturas uniformes diferentes  $T_{A,i}$  e  $T_{B,i}$  são posicionados com suas superfícies livres em contato como mostrado na Figura 2.13. Se a resistência de contato for desprezível, a exigência de equilíbrio térmico dita que, no instante do contato ( $t = 0$ ), as duas superfícies devem assumir a mesma temperatura  $T_{sup}$ , com  $T_{B,i} < T_{sup} < T_{A,i}$ . Uma vez que  $T$  não varia com o transcorrer do tempo, tem-se que a resposta térmica transiente e o fluxo térmico na superfície para cada um dos sólidos são determinados pelas Equações 2.11 e 2.12, respectivamente.

A temperatura superficial de equilíbrio na Figura 2.12 pode ser determinada por um balanço de energia na superfície, que exige:

$$q''_{sup,A} = q''_{sup,B} \quad (2.15)$$

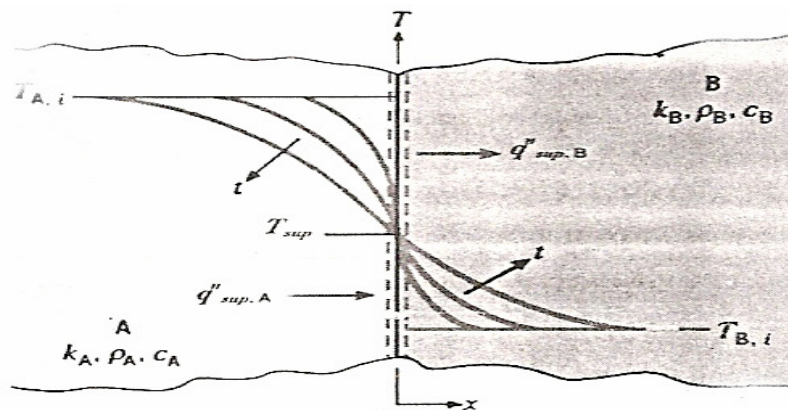
Utilizando a Eq. 2.15 para representar  $q''_{sup,A}$  e  $q''_{sup,B}$  e reconhecendo que a coordenada do eixo  $x$  na Figura. 2.11 exige uma mudança de sinal em  $q''_{sup,A}$  tem-se que:

$$\frac{-k_A (T_{Sup} - T_{A,i})}{(\pi\alpha_A t)^{\frac{1}{2}}} = \frac{k_B (T_{Sup} - T_{B,i})}{(\pi\alpha_A t)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.16)$$

ou, resolvendo para  $T_{Sup}$ ,

$$T_{sup} = \frac{(k\rho c)_A^{1/2} T_{A,i} + (k\rho c)_B^{1/2} T_{B,i}}{(k\rho c)_A^{1/2} + (k\rho c)_B^{1/2}} \quad (2.17)$$

Assim, a grandeza  $m \equiv (k\rho c)^{1/2}$  é um fator de ponderação que determina se  $T_{sup}$  se aproxima mais de  $T_{A,i}$  ( $m_A > m_B$ ) ou de  $T_{B,i}$  ( $m_B > m_A$ ).

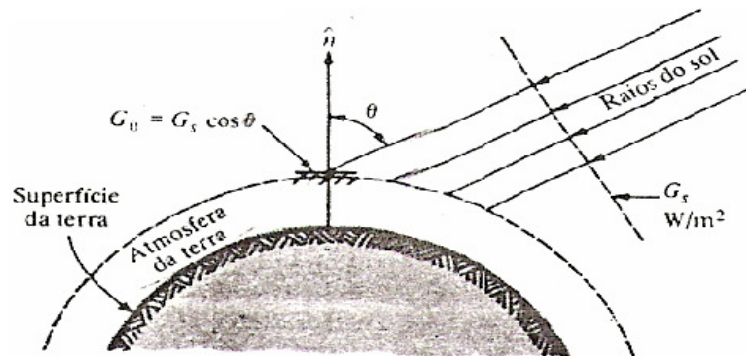


**Figura 2.13.** Contato interfacial entre dois sólidos semi-infinitos com diferentes temperaturas iniciais (Incropera e De Witt, 1996).

### 2.2.1. Radiação solar

A energia do Sol provém das regiões internas do Sol, em virtude de uma reação de *fusão* contínua. Quase 90 % desta energia são gerados dentro da região 0,23 vezes o raio do Sol e em seguida transferidos radiativamente até uma distância cerca de 0,7 vezes o raio do Sol. Fora desta região há a *zona convectiva*, onde a temperatura está na faixa de 6.000 K. A frieza relativa da superfície externa do Sol é indicação de que a energia criada no interior é dissipada radiativamente pela superfície externa do Sol. Portanto, o Sol, com seu raio  $R \equiv 6,96 \times 10^5$  km e massa  $M \equiv 1,99 \times 10^{30}$  kg, é uma fonte de energia quase inexaurível para a Terra. Somente uma pequena fração de energia do Sol atinge a Terra, em virtude da grande distância entre eles. A intensidade da radiação solar que atinge a atmosfera foi determinada muito precisamente por uma série de medidas feitas com o emprego de balões, de aviões, e de naves espaciais, de 1967 a 1970. A energia resultante é conhecida como a *constante solar*  $G_s$ , e vale:

$$G_S = 1.353 \text{ W/m}^2 \quad (2.18)$$



**Figura 2.14.** Constante solar  $G_S$  e radiação solar extraterrestre.

Essa quantidade representa o *fluxo de radiação solar incidente* sobre um plano normal aos raios de Sol, exatamente no limite da atmosfera da Terra, quando ela está à distância média do Sol. À medida que a Terra se desloca em torno do Sol, em uma órbita ligeiramente elíptica, a distância entre eles varia de 98,3 % da distância média, quando a Terra está no ponto mais próximo do Sol, até 101,7 % da distância média, quando a Terra atinge sua distância máxima ao Sol. Por isso, o valor instantâneo de  $G_S$  varia aproximadamente por  $\pm 3,4 \%$  isto é, do máximo  $1.399 \text{ W/m}^2$ , em 21 de dezembro, ao mínimo  $1.310 \text{ W/m}^2$ , em 21 de junho. Entretanto, para fins práticos a variação de  $G_S$  é desprezada, e retorna a constante como  $1.353 \text{ W/m}^2$ . Então a energia solar  $G_0$  que incide normalmente na superfície externa da atmosfera terrestre é:

$$G_0 = G_S \cos \theta \quad \text{W/m}^2 \quad (2.19)$$

Onde  $G_0$  é a radiação solar *extraterrestre*. Na Figura 2.14 se ilustra o significado físico de  $G_S$  e de  $G_0$  em relação à direção do feixe de raios solares.

O valor de  $G_S$  pode ser utilizado na lei da radiação do corpo negro para estabelecer uma temperatura efetiva  $T_S$  da superfície do Sol:

$$G_S = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \sigma \cdot T_S^4 \quad (2.20)$$

Onde:

$$G_s = 1.353 \text{ W/m}^2$$

$$r = 6,9598 \cdot 10^8 \text{ m, raio do disco solar}$$

$$R = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m, distância média da Terra ao Sol}$$

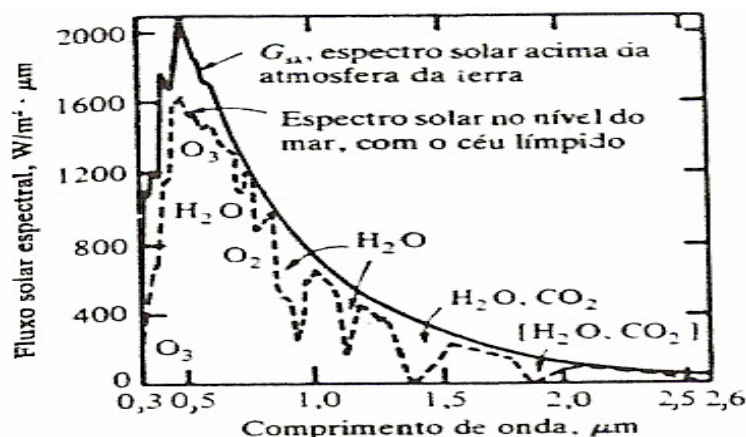
$$\sigma = 5,6697 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4), \text{ constante de Stefan-Boltzmann}$$

Então, a temperatura efetiva da superfície do Sol é  $T = 5.762 \text{ K}$ .

A radiação solar que atinge a superfície mais elevada da atmosfera terrestre propaga-se através da atmosfera da Terra antes de chegar à superfície. Aproximadamente 99 % da atmosfera estão contidos à distância de cerca de 30 km a partir da superfície da Terra. À medida que a radiação solar atravessa a atmosfera ela é absorvida ou é espalhada pelo meio atmosférico. Na Figura 2.15 se mostra a distribuição espectral da radiação solar  $G_{S\lambda}$ , exatamente fora da atmosfera da Terra e no nível do solo, quando a atmosfera está clara. Nota-se que a energia total contida abaixo da curva  $G_{S\lambda}$  representa o fluxo de radiação solar exatamente acima da atmosfera terrestre, isto é:

$$\int_0^{\infty} G_{S\lambda} d\lambda = G_s = 1353 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (2.21)$$

A curva da distribuição espectral da radiação solar que chega na superfície da Terra fica abaixo da curva de  $G_{S\lambda}$  e mostra vários mínimos. O motivo disto é a absorção da radiação solar pelo  $\text{O}_3$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{O}$  em diversos comprimentos de onda. O ozônio ( $\text{O}_3$ ), que está concentrado em uma camada 10 a 30 km acima da superfície da Terra, absorve fortemente a radiação ultravioleta no intervalo  $\lambda = 0,2$  a  $\lambda = 0,29 \mu\text{m}$  e bastante no intervalo 0,9 a  $0,34 \mu\text{m}$ .



**Figura 2.15.** Efeitos da atenuação atmosférica sobre a distribuição espectral da radiação solar. Fonte: Thekaekara 1976.

Por isso, é desprezível a radiação solar com comprimentos de onda menores do que cerca de  $0,3 \mu\text{m}$  que atinge a superfície da Terra. A absorção do oxigênio ocorre numa faixa muito estreita centrada em  $\lambda = 0,76 \mu\text{m}$ . As bandas de absorção devidas ao vapor de água são visíveis distintamente na faixa de  $0,7$  a  $2,2 \mu\text{m}$ . O dióxido de carbono e o vapor de água absorvem fortemente a radiação térmica nos comprimentos de onda maiores do que cerca de  $2,2 \mu\text{m}$ . Disso resulta que a radiação solar que atinge a superfície da Terra está essencialmente contida nos comprimentos de onda entre  $0,29$  e  $2,5 \mu\text{m}$ . A energia total submetida pela curva do espectro solar na superfície da Terra, num dia de atmosfera límpida, é cerca de  $956 \text{ W/m}^2$ . Este valor é consideravelmente menor do que a constante solar  $1.353 \text{ W/m}^2$ , na fronteira da atmosfera terrestre.

Além da absorção da radiação solar, há o seu espalhamento pelas moléculas do ar, pelas gotículas de água nas nuvens e pelos aerossóis ou partículas de poeira, à medida que a radiação atravessa a atmosfera. As moléculas de ar espalham a radiação solar de comprimentos de onda muito curtos em relação às dimensões das moléculas, e este espalhamento é o *espalhamento Rayleigh*. Gotículas de água, aerossóis e outras sujeiras atmosféricas espalham a radiação em comprimentos de onda comparáveis ao diâmetro das partículas.

A parte da radiação solar que não é espalhada nem absorvida pela atmosfera, e que atinge a superfície da Terra como um feixe é a *radiação solar direta*. A parte espalhada da radiação que atinge a superfície da Terra, vinda de todas as direções do firmamento, é a *radiação solar difusa*. Assim, a radiação solar recebida pela superfície da Terra é composta das partes *direta* e *difusa*. A componente difusa varia de cerca de  $10 \%$  do total, em um dia claro, a quase  $100 \%$ , em um dia totalmente nublado.

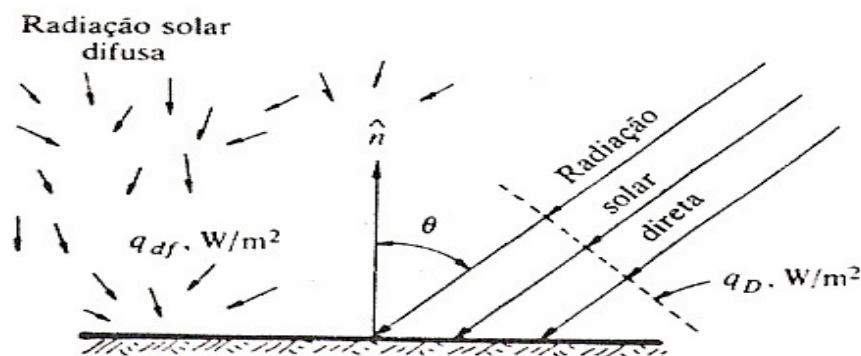
### 2.2.2. Radiação solar que chega a Terra

A quantidade de energia solar recebida por uma superfície no nível do mar depende da orientação da superfície em relação ao Sol, da hora do dia, do dia do ano, da latitude do ponto de observação e das condições atmosféricas. Na alvorada ou no crepúsculo, a radiação solar que atinge a superfície da Terra percorre um caminho oblíquo, mais longo, através da atmosfera; por isso, a atenuação atmosférica é maior e a intensidade se reduz significativamente.

O fluxo total de energia solar  $q_t$ , recebido por unidade de área de uma superfície ao nível do mar consiste nas componentes direta e difusa. Seja  $q_{df}$  (em Watts por metro quadrado) a *radiação solar difusa* incidente sobre uma superfície horizontal e devida à radiação proveniente de todo o hemisfério espacial, e seja  $q_D$  o fluxo da *radiação solar direta*, por unidade de área normal à direção do feixe de radiação solar, no nível do mar. Seja  $\theta$  o *ângulo de incidência*, isto é, o ângulo entre o raio do Sol e a normal à superfície, conforme a ilustração da Figura 2.16. Então, o fluxo de energia solar total  $q_t$  recebido pela área unitária da superfície no nível do mar, é:

$$q_t = q_D \cos \theta + q_{df} \text{ W/m}^2 \quad (2.22)$$

Portanto, para calcular o fluxo total de energia solar recebido por uma superfície, precisa-se saber o fluxo da radiação solar difusa, o fluxo da radiação solar direta sobre um plano normal à direção do feixe, e o ângulo de incidência  $\theta$ .



**Figura 2.16.** Radiação solar recebida na superfície terrestre.

O ângulo de incidência pode ser relacionado ao *ângulo de inclinação* (isto é, o ângulo entre o plano horizontal e a superfície), à *latitude* (isto é, a distância angular ao

equador) e à *declinação* (isto é, o ângulo entre o raio do Sol e o plano equatorial no meio-dia solar).

A energia solar incidente sobre uma superfície opaca é parcialmente absorvida pela superfície e o restante é refletido.

### 2.2.3. Medidas da radiação solar

Os registros diários e horários da quantidade de radiação solar recebida em um dado local sobre a superfície da Terra são essenciais para o projeto e otimização dos sistemas de transferência de calor que empregam a energia solar. Esta informação é também útil para finalidades arquitetônicas, agrícolas, biológicas e outras. Por isso, realizam-se continuamente medidas de radiação solar com dispositivos monitores de radiação localizados em diferentes partes do globo. Estas medidas geralmente incluem:

1. O fluxo de radiação solar direta  $q_D$  na incidência normal.
2. O fluxo de radiação solar difusa  $q_{df}$  provindo de todo o firmamento, sobre uma superfície horizontal.
3. O fluxo total (ou global) de radiação solar  $q_t$ , que é a soma da radiação solar difusa com a direta recebida por uma superfície horizontal.
4. O fluxo total de radiação solar sobre uma superfície inclinada com uma orientação especificada.

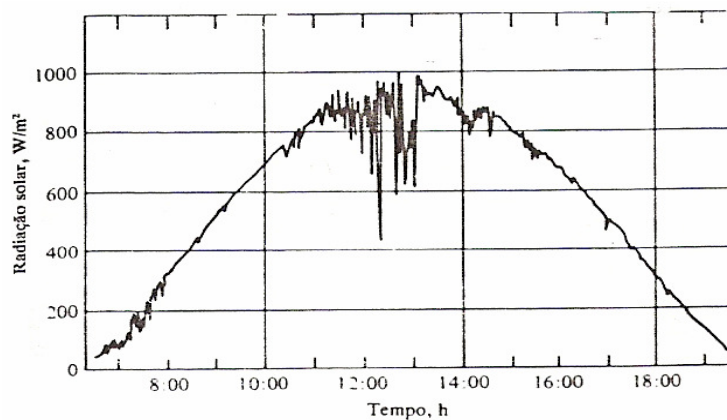
Além disso, a distribuição espectral da radiação solar sobre certas bandas de comprimento de onda e a quantidade de radiação solar refletida pelo solo têm interesse em certas situações.

Por isso, as medidas de radiação solar são executadas continuamente por um sistema de centros nacionais e internacionais de medidas solares em diferentes partes do globo.

Ilustram-se os efeitos das condições da atmosfera e da hora do dia sobre o fluxo total (isto é, global) da radiação solar  $q_t$ , recebido por uma superfície horizontal, como apresentada na Figura. 2.17 as medidas feitas em um dia claro em Greenbelt, Maryland. O registro de um dia límpido, na Figura. 2.17 mostra o máximo do fluxo de radiação de  $1.000 \text{ W/m}^2$ , perto do meio-dia, e os mínimos acentuados na curva, devidos a nuvens ocasionais que bloqueiam a passagem dos raios vindos do Sol.

### 2.2.4. Emissão atmosférica

A radiação solar que passa através da atmosfera é atenuada devido à absorção por certos constituintes do ar atmosférico. Por isso, a atmosfera emite radiação térmica em virtude da temperatura desses constituintes. O CO<sub>2</sub> e a H<sub>2</sub>O são os dois principais constituintes que provocam a emissão de bandas nas regiões de 5 a 8 μm e acima de 13 μm. Embora esta emissão não seja emissão de corpo negro, para convivência na análise, foi introduzida uma *temperatura efetiva do céu*  $T_{c\acute{e}u}$ . A emissão da atmosfera para a superfície da Terra é representada por:



**Figura 2.17.** Radiação solar total sobre uma superfície horizontal, medida em Greenbelt, Maryland, a 14 de maio de 1971.

$$q_{c\acute{e}u} = \sigma \cdot T_{c\acute{e}u}^4 \quad \text{W/m}^2 \quad (2.23)$$

A grandeza desta temperatura fictícia  $T_{c\acute{e}u}$  depende das condições atmosféricas. Os seus valores variam de 230 K, nas condições de tempo frio e céu límpido, até cerca de 285 K, num dia quente e nublado.

### 2.2.5. Conceito de fator de forma

Até agora foi discutida a radiação para uma superfície única ou de uma superfície. Entretanto, nas aplicações de engenharia, os problemas de interesse prático envolvem troca de radiação entre duas ou mais superfícies. Quando as superfícies estiverem separadas por um meio inerte, que não absorve, nem emite, nem difunde a radiação, a troca de radiação entre as superfícies não é afetada pelo meio. O vácuo, por

exemplo, é um perfeito meio inerte; entretanto, o ar e muitos gases se aproximam quase exatamente desta condição. Para quaisquer duas superfícies dadas, a orientação entre elas afeta a fração da energia radiante emitida por uma superfície e que incide diretamente na outra superfície. Por isso, a orientação das superfícies tem papel importante na troca radiativa de calor.

Para formalizar os efeitos da orientação na análise da troca radiativa de calor entre superfícies, adota-se o conceito de *fator de forma*. Os termos *fator de vista*, *fator de visada* e *fator de configuração* também são utilizados na literatura. Deve-se fazer uma distinção entre o *fator de forma difuso* e o *fator de forma especular*. O primeiro se refere à situação em que as superfícies são refletores difusos e emissores difusos, enquanto o último se refere à situação em que as superfícies são emissores difusos e refletores especulares. Empregando-se simplesmente o termo *fator de forma*, e este termo corresponde ao fator de forma difuso.

O significado físico do fator de forma entre duas superfícies é representar a *fração de energia radiante emitida por uma superfície que incide diretamente na outra superfície*.

### 2.2.5.1. Fator de forma entre duas superfícies elementares

A fim de se ter uma visão mais profunda da dedução das relações que definem os fatores de forma de demonstra-se a expressão que define o fator de forma entre duas superfícies elementares.

Considerem-se duas superfícies elementares  $dA_1$  e  $dA_2$ , como está ilustrado na Figura 2.18. Seja  $r$  a distância entre essas duas superfícies;  $\theta_1$ , o ângulo polar entre a normal  $n_1$  ao elemento de superfície  $dA_1$  e a reta  $r$  que liga  $dA_1$  a  $dA_2$ ; e  $\theta_2$ , o ângulo polar entre a normal  $n_2$  a elemento de superfície  $dA_2$  e a reta  $r$ .

Seja  $d\omega_{12}$  o ângulo sólido sob o qual um observador em  $dA_1$  vê o elemento de superfície  $dA_2$  e a intensidade da radiação emitida difusivamente pelo elemento de superfície em todas as direções do espaço hemisférico. A taxa de energia radiante  $dQ_1$  emitida por  $dA_1$  e que incide na superfície  $dA_2$  é.

$$dQ_1 = dA_1 I_1 \cdot \cos \theta_1 d\omega_{12} \quad (2.24)$$

Onde o ângulo sólido  $d\omega_{12}$  é dado por :

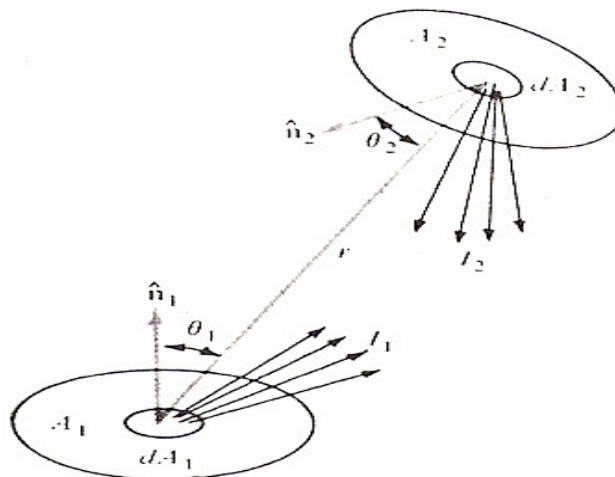
$$d\omega_{12} = \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2} \quad (2.25)$$

A substituição da Equação (2.24) na Equação (2.25) leva a:

$$dQ_1 = dA_1 I_1 \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 dA_2}{r^2} \quad (2.26)$$

A taxa da energia de radiação  $dQ_1$  emitida pelo elemento de superfície  $dA_1$ , em todas as direções sobre o espaço hemisférico é:

$$Q_1 = dA_1 \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta_1=0}^{\pi/2} I_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi \quad (2.27)$$



**Figura 2.18.** Coordenadas para a definição do fator de forma.

### 2.2.6. Método do circuito equivalente para a troca radiativa num espaço fechado

A análise da troca de radiação entre as superfícies de um espaço fechado é complicada, pois, quando as superfícies não são negras, a radiação emitida por uma superfície pode ser refletida de volta, oscilando diversas vezes entre as superfícies, com absorção parcial em cada reflexão. Por isso, uma análise própria do problema deve

incluir os efeitos destas reflexões múltiplas. Para simplificar a análise se admite que um espaço fechado possa ser dividido em diversas zonas, como está na Figura 2.18, de tal modo que sejam válidas as seguintes condições de cada zona  $i = 1, 2, \dots, N$ .

1. As propriedades radiativas (isto é, refletividade, emissividade, poder de absorção) são uniformes e independentes da direção e da frequência.
2. As superfícies são emissores difusos e refletores difusos.
3. O fluxo de calor radiante emitido pela superfície é uniforme sobre a superfície de cada zona.
4. A irradiação é uniforme sobre a superfície de cada zona.
5. As superfícies são opacas.
6. Há uma temperatura uniforme, ou um fluxo de calor uniforme, na superfície de cada zona.
7. O espaço está cheio de um meio inerte.

As hipóteses 3 e 4 não são geralmente corretas, mas a análise se torna muito complicada sem elas.

O objetivo da análise da troca de calor radiante em um espaço fechado é *determinar o fluxo líquido do calor radiante* nas zonas em que a temperatura é determinada. Vários métodos de análise foram publicados para a solução da troca de calor radiante em um espaço fechado, com as hipóteses simplificadoras estabelecidas acima. Entretanto, a observação detalhada de todos esses métodos revela que não há diferença significativa entre eles, pois todos utilizam as mesmas hipóteses simplificadoras. Nesta seção, é apresentado o método do circuito equivalente introduzido originalmente por Oppenheim. O método é relativamente fácil de aplicar nos problemas simples, que não envolvem um número muito grande de superfícies. Além disso, proporciona boa visualização dos conceitos físicos da troca de calor entre as superfícies. Quando estiverem envolvidas muitas superfícies de transferência de calor o método não será assim tão prático. Por isso, na seção seguinte é apresentada a formulação matricial da troca de radiação em espaços fechados.

O primeiro passo na análise da troca de radiação pelo método do circuito equivalente é o desenvolvimento do conceito de *resistência superficial à radiação*.

### 2.2.7. Resistência superficial à radiação

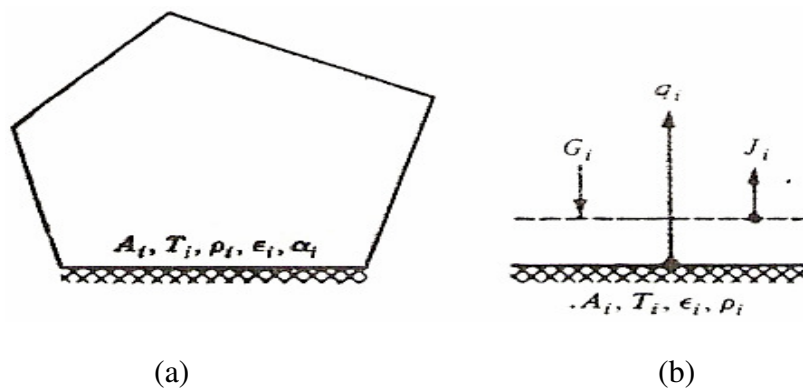
Considere a zona  $i$  de um espaço fechado, como está representado na Figura 2.19a. São definidas as seguintes grandezas:

$G_i$  = Radiação na zona  $i$ : representa o fluxo de radiação incidente sobre a superfície  $A_i$ ,  $W/m^2$ .

$J_i$  = Radiosidade na zona  $i$ : representa o fluxo de radiação emitido pela superfície  $A_i$ ,  $W/m^2$ .

$q_i$  = Fluxo líquido de radiação emitido pela superfície  $A_i$ ,  $W/m^2$ .

Há uma distinção entre  $J_i$  e  $q_i$ . A *radiosidade*  $J_i$  é a energia radiante emitida pela superfície observada imediatamente fora da superfície da zona  $i$ , na localização ilustrada simbolicamente pela linha tracejada da Figura 2.19b. O *fluxo líquido de radiação térmica*  $q_i$ , emitido pela superfície  $A_i$ , entretanto, está baseado no balanço da energia líquida no interior da superfície  $A_i$ . Por isso, por definição,  $q_i$  é igual à diferença entre  $J_i$  e  $G_i$ :



**Figura 2.19.** (a) Espaço fechado cheio com meio inerte; (b) balanço de energia por unidade de área da zona  $i$ .

$$q_i = J_i - G_i \quad W/m^2$$

A radiosidade, entretanto, é composta das seguintes componentes:

$$J_i = \left( \begin{array}{c} \text{Radiosidade emitida} \\ \text{pela superfície} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Radiação refletida pela} \\ \text{superfície} \end{array} \right) \quad (2.28)$$

Seja  $E_{bi}$  o poder emissivo do corpo negro;  $\varepsilon_i$ , a emissividade;  $\rho_i$ , a refletividade; e  $G_i$ , o fluxo de radiação incidente na zona  $i$ . Então, a Equação (2.28) se torna:

$$J_i = \varepsilon_i E_{bi} + \rho_i G_i = \varepsilon_i E_{bi} + (1 - \varepsilon_i)G_i \quad (2.29)$$

Onde admiti-se  $\rho_i = 1 - \varepsilon_i = 1$ . A Equação (2.29) é substituída na Equação (2.28) para eliminar  $J_i$ :

$$q_i = \varepsilon_i (E_{bi} - G_i) \quad (2.30)$$

A Equação (2.30) resolvida em  $G_i$  dá:

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1 - \varepsilon_i} \quad (2.31)$$

A Equação (2.31) substituída na Equação (2.30), conduz à:

$$q_i = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (E_{bi} - J_i) \quad \therefore W/m^2 \quad (2.32)$$

O fluxo líquido total de radiação térmica  $Q$ , emitido pela superfície  $A_i$ , torna-se

$$Q_i = A_i q_i = A_i \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (E_{bi} - J_i)$$

$Q$  é reordenado na forma:

$$Q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i} \quad \therefore W \quad (2.33)$$

Onde

$$\boxed{R_i = \frac{1 - \varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}} \quad (2.34)$$

Evidentemente, a Equação. (2.34) é análoga à lei de Ohm, onde  $R_i$  representa a resistência da superfície à radiação. A Equação. (2.33) é também análoga ao conceito de resistência térmica (ou resistência pelicular) que é discutida quando se estuda a transferência convectiva de calor sobre uma superfície. Isto é, a taxa de transferência de calor total é igual à diferença de potencial na superfície dividida pela resistência térmica ao fluxo de calor na superfície.

Quando a superfície for *negra*, se tem  $\varepsilon_i = 1$ , o que implica  $R_i = 0$ . Então, a Equação (2.33) se reduz a:

$$J_i = E_{bi} = \sigma \cdot T_i^4 \quad \text{com } \varepsilon_i = 1 \text{ ou superfície negra} \quad (2.35)$$

### 2.2.8. Espaço fechado com duas zonas

Tendo estabelecido o formalismo para definir a resistência superficial à radiação, se pode analisar o problema do espaço fechado mais simples, envolvendo a troca de calor em uma cavidade fechada com duas zonas somente. Exemplos típicos desta situação física incluem a troca de radiação entre as superfícies de duas grandes placas paralelas ou de dois cilindros longos coaxiais ou de duas esferas concêntricas. Para generalidade se considera um espaço fechado com duas zonas, como está representado na Figura. 2.20. A zona 1 tem uma área superficial  $A_1$  e emissividade  $\varepsilon_1$  e é mantida à temperatura uniforme  $T_1$ . A zona 2 tem uma área superficial  $A_2$  e emissividade  $\varepsilon_2$  e é mantida à temperatura uniforme  $T_2$ . Ambas as superfícies são opacas. A troca térmica ocorre entre as superfícies porque estão em temperaturas diferentes, seja:

$$Q_{1-2} = \text{transferência líquida de calor radiante da zona 1 para a zona 2}$$

Então o balanço de energia da troca radiativa de calor entre as duas zonas pode ser escrito como:

$$Q_{1-2} = \left( \begin{array}{l} \text{Energia radiante emitida} \\ \text{pela superfície } A_1 \\ \text{e incidente em } A_2. \end{array} \right) - \left( \begin{array}{l} \text{Energia radiante emitida} \\ \text{pela superfície } A_2 \\ \text{e incidente em } A_1. \end{array} \right) \quad (2.36)$$

As expressões matemáticas de cada termo do segundo membro são:

$$Q_{1-2} = J_1 A_1 F_{1-2} - J_2 A_2 F_{2-1} \quad (2.37)$$

onde  $F_{i-j}$ , é o fator de forma entre as superfícies e  $J_1$  e  $J_2$  são as radiosidades.

Aplicando a relação de reciprocidade à segunda parcela do segundo membro, têm-se:

$$Q_{1-2} = J_1 A_1 F_{1-2} - J_2 A_1 F_{1-2} = A_1 F_{1-2} (J_1 - J_2) \quad (2.38)$$

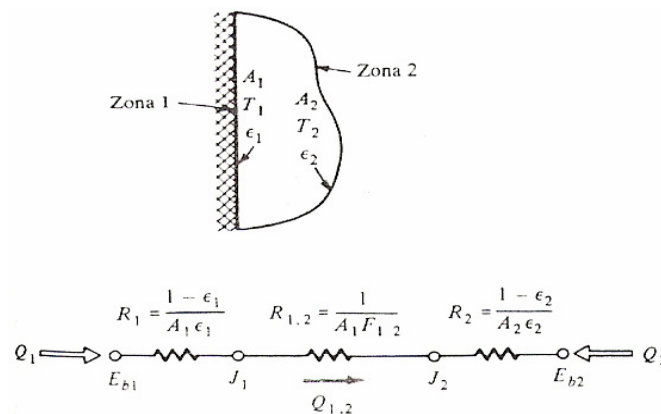


Figura 2.20. Espaço fechado com duas zonas e o circuito equivalente.

### 2.3. Fogões Solares

Como aumenta a densidade e o peso dos materiais dentro da armação isolante do fogão solar de caixa, a capacidade de o fogão reter calor aumenta, como destacado na Figura 2.21. No interior da caixa, a inclusão de materiais pesados tais como rochas, tijolos, panelas pesadas, água ou comida pesada torna mais longo o tempo de aquecimento por causa da capacidade adicional de estocar calor, a qual é dada por  $\rho C_p$ , ou seja, a sua densidade multiplicada pelo seu calor específico. A energia que entra é armazenada como calor nesses materiais pesados, aquecendo lentamente o ar na caixa.

Esses materiais densos, carregados com calor, irradiarão o calor dentro da caixa, mantendo-o aquecido por um período mais longo no final do dia.

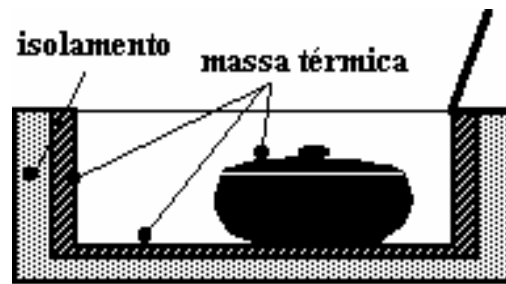


Figura 2.21. Massa térmica dentro do fogão solar.

### 2.3.1. Exigências de materiais

Na construção das caixas solares existem três tipos de materiais que são tipicamente usados, materiais transparentes, estruturais e isolantes, os quais são descritos a seguir. Uma propriedade tem que ser considerada na seleção dos materiais é a resistência à umidade.

#### 2.3.1. Material estrutural

O material estrutural é necessário para que a caixa tenha e mantenha a forma desejada e dure ao longo do tempo como é mostrado na Figura 2.22.

Os materiais estruturais incluem papelão, madeira, compensado, alcatex, masonite, bambu, metal, cimento, tijolos, pedra, vidro, fibra de vidro, palha trançada, palha, plástico, papel machê, “clay”, Terra batida, metais, casca de árvores, tecido engomado com cola.

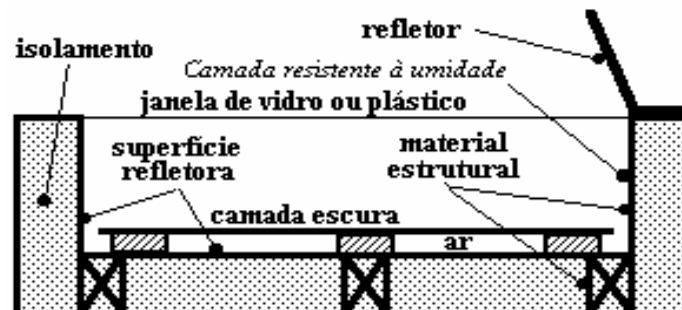


Figura 2.22. Material estrutural, de isolamento, transparente e resistente à umidade.

Muitos materiais que funcionam bem como estruturais são muito densos para serem bons isolantes. Para conseguir integridade estrutural e boas qualidades de isolamento é necessário separar os materiais estruturais dos materiais de isolamento.

### **2.3.2. Isolamento**

Para que a caixa mantenha as temperaturas interiores altas o bastante para o cozimento, as paredes e o fundo da caixa devem ter um bom isolamento (boa retenção de calor dentro da caixa). Bons materiais isolantes incluem: folha de alumínio (com  $k_{ap} \equiv 200 \text{ Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$  e sendo um bom refletor de radiação), penas, fibra de vidro entrelaçada, lã de pedra, celulose, casca de arroz, lã, palha e jornal amassado.

Na construção de um fogão solar é importante revestir o material por todos os lados da cavidade de cozimento da caixa solar, com exceção do lado transparente (geralmente o topo). Materiais isolantes devem ser instalados de tal forma que permitam o mínimo de condução de calor do material estrutural da caixa interna para o material estrutural da caixa externa. Quanto menor a perda de calor, mais alta é a temperatura de cozimento.

Um dos requisitos básicos para ser um bom isolante é que o material tenha uma pequena condutividade térmica  $k$  ( $\text{Wm}^{-1}\text{C}^{-1}$ ), para que não ocorra a perda de calor para o meio externo por nenhum tipo de transmissão de energia principalmente por condução.

### **2.3.3. Material transparente**

Pelo menos uma superfície da caixa deve ser transparente e estar voltada para o Sol para permitir o aquecimento pelo "efeito estufa". Os materiais transparentes mais comuns são vidros e plásticos para alta temperatura. Duplo envidraçamento usando ou vidro ou plástico afetam tanto o ganho quanto a perda de calor. Dependendo do material usado a transmitância solar, ganho de calor, pode ser reduzida de 5 a 15 %. De qualquer forma, a perda de calor através do vidro ou plástico, depende da espessura da camada de ar, pois quando são usados dois vidros, existe uma camada de ar entre eles e como a condutividade térmica do ar é muito pequena, ele ajuda no isolamento, diminuindo assim as perdas de energia que pode ser diminuída pela metade. E dessa forma, o desempenho da caixa solar aumentará consideravelmente.

### **2.3.4. Resistência à umidade**

A maior parte dos alimentos que é preparada no fogão de caixa solar contém umidade. Quando a água ou alimento é aquecido na caixa solar, direciona-se o vapor de dentro para fora da caixa. Existem várias maneiras que a umidade pode ser transferida. Ele pode escapar diretamente através das frestas e brechas da caixa ou forçar as paredes e fundo se não houver barreira para o vapor. Se a caixa é projetada com alta qualidade de vedação e barreira para umidade, o vapor da água pode ser retido dentro da câmara de cozimento. No projeto, da maioria dos fogões solares de caixa, é importante que a maior parte da superfície interna seja uma boa barreira para o vapor. Esta barreira irá prevenir que a água cause danos ao isolamento e à estrutura do fogão devido à lenta migração do vapor de água através das paredes e do fundo do fogão.

## **2.4. Tipos de concentradores solar de calor**

### **2.4.1. Refletor / Tipo Focal**

Os fogões solares que utilizam refletores foram desenvolvidos antes da década de 1950 e foram produzidos em larga escala na Índia. Tentativas foram feitas também nas décadas de 1960 e 1970, para desenvolver fogão solar tipo refletor. Porém, o fogão solar tipo refletor não se tornou tão popular por defeitos próprios, isto porque requeria que o fogão fosse alinhado em direção ao Sol devido o movimento de rotação da Terra, a cada 10 min, cozinhar poderia ser feito só no meio dia e só com luz direta do Sol. O desempenho era grandemente afetado pelo vento e pela poeira, existia perigo do cozinheiro ser queimado, tanto que foi necessário manter bem fechado o fogão quando fosse cozinhar e o projeto se tornou complicado.

### **2.4.2. Tipo Transferidor de Calor**

No fogão solar tipo transferidor de calor, o coletor é armazenado fora e a câmara de cozimento é mantida dentro da cozinha de casa, mas este tipo de fogão solar também não se tornou popular por causa do alto custo e também pelo limite de cozimento que pode ser obtido.

### 2.4.3. Tipo Caixa Quente

O terceiro tipo de fogão é conhecido como caixas quentes. A maioria dos defeitos dos dois tipos de fogões anteriores foi removida. Entre os diferentes tipos de fogões solares testados o forno solar tem sido o melhor. Apesar do desempenho do forno ser muito bom, também requer um alinhamento ao Sol a cada 60 minutos, é também grande e caro. Por isso o fogão solar tipo caixa quente com refletor único tem sido promovido e o custo subsidiado pelo ministério de pesquisa em energia não-convencional, o governo da Índia e a agência Nodal do estado na Índia desde 1981 a 1982 e 462.000 fogões solares foram vendidos até 31 de dezembro de 1998. Desde 1<sup>o</sup> de abril de 1998 até dezembro de 1998 foram vendidos 5.000 fogões solares. Isto mostra que a popularidade dos fogões declinou, na época citada. Ele também requer alinhamento ao Sol a cada 60 min. Por esta razão a operação tornou-se difícil e o desempenho do fogão solar tipo caixa quente é muito pequeno durante o inverno, quando a radiação solar e a temperatura estão muito baixas. Considerando isto, o fogão solar tipo caixa quente com dois refletores foi desenvolvido por Gupta e Purohit, então este movimento poderia ser evitado por 3 horas, mas o problema do baixo desempenho durante o inverno persistia com este fogão solar. Por conseguinte, tentativas também foram feitas por Nahar *et. al.* para melhorar o desempenho do fogão solar tipo caixa quente durante o frio extremo pelo uso de material isolante e transparente (MIT), e o fogão solar tipo caixa quente com MIT foi testado dentro do simulador solar da Universidade de Wales, na faculdade de Cardiff. Nesse aspecto, ambos os defeitos do fogão solar tipo caixa quente foram removidos pelo fornecimento de mais de um refletor, e as perdas de calor por convecção têm sido supridas pelo uso do MIT como sugeriu Hollands, Goetzberger *et. al.*, Nordgard e Beckham, Platzer e Nahar *et. al.*, o fogão é armazenado de tal forma que um refletor está voltado para o sul e o outro para o leste o movimento do fogão é evitado por 180 min. À tarde um refletor é voltado para o sul e o outro para o oeste, então de novo o movimento é evitado por 180 min. O tempo máximo para cozinhar um prato é menor que 3 horas.

### 2.4.4. Placas Fotovoltaicas

Os sistemas que utilizam efeitos quânticos para a conversão da energia solar em energia elétrica, recebem o nome genérico de células solares. É possível construir

células solares com base em diversos efeitos quânticos. Dentre estes o mais utilizado é o fotovoltaico.

Chama-se efeito fotovoltaico ao que permite a conversão direta da energia luminosa do sol em energia elétrica, utilizando captadores, denominados fotocélulas.

O princípio de funcionamento de uma célula fotovoltaica baseia-se na propriedade que alguns materiais possuem principalmente os cristais quando devidamente manuseados, de gerar uma corrente elétrica quando sobre eles incide um feixe de luz, ou seja, a partir da energia do fóton (da luz incidente) é produzida uma corrente elétrica, devido a uma diferença de voltagem ou de potencial, resultando no termo energia fotovoltaica.

As fotocélulas mais empregadas são as de silício, com um rendimento que já alcança cerca de 16 %, para as mais modernas.

Nas aplicações são inúmeras as suas utilizações, como por exemplo, funcionamento de rádio, farol, eletrificação de cercas, estações meteorológicas, estações de comunicação, telefones, rádio transmissor, acionamento de bombas, máquinas frigoríficas, televisão, antenas parabólicas, lâmpadas etc. Na Figura 2.23 mostra-se a aplicação de placas fotovoltaicas fixas, em uma residência, enquanto que na Figura 2.24 é mostrado um exemplo de sistema móvel (rastreador), já na Figura 2.25 é mostrada uma aplicação na iluminação pública.



**Figura 2.23.** Sistema Fotovoltaico Fixo.



**Figura 2.24.** Sistema Fotovoltaico Móvel



**Figura 2.25.** Sistema de Iluminação Pública.

## **2.5. Aspectos tecnológicos**

### **2.5.1. Tecnologias Empregadas**

Atualmente o emprego do Sol como fonte energética na cocção de alimentos, tornou-se numa das alternativas mais importantes e ecologicamente correta, principalmente quando se sabe que de acordo com o Manual for Solar Box Cooker's, cerca de dois terços da população mundial, dependem diariamente de lenha para satisfação de suas necessidades energéticas direcionadas para a utilização domiciliar. Esta ocorrência se dá exatamente entre as populações que habitam as regiões tropicais, portanto em áreas propícias ao uso da energia solar onde a incidência solar chega, em alguns casos, a um potencial de  $1.000 \text{ W/m}^2$ .

A utilização da energia solar para suprir as necessidades energéticas do futuro, não significa em absoluto que possa a mesma substituir de maneira integral as demais formas de energia ainda hoje utilizadas pelo homem.

Mas, voltando-se para o Brasil, se vê na seca (o grande problema nordestino), uma prova inconfundível da potência energética solar dessa região. Este mesmo Sol, cuja radiação tem causado tantos efeitos prejudiciais durante as estiagens, poderá ser vantajosamente aproveitado para acionar bombas, destiladores, aquecer água para utilização doméstica e industrial, para secar frutos, carnes, peixes, grãos, climatização, conversão de energia, cocção de alimentos etc.

O fogão solar é hoje um fato comprovado, e como já foi dito, tem sido objeto de estudo por vários pesquisadores no âmbito nacional e internacional. A maioria dos fogões solares existentes funciona à concentração, muito embora existam outros tipos que aproveitam o efeito estufa como é o caso do protótipo desenvolvido por M. TELKS e ainda o sistema misto desenvolvido por S. PRATA.

Os sistemas a concentração são normalmente constituídos de captadores de forma parabólica, semi-esférica, cilíndrico-parabólico, cônica e tronco-cônica. Estes sistemas, para que possam apresentar um desempenho satisfatório, necessitam de radiação direta, céu claro e sem nebulosidades.

A literatura internacional faz inúmeras referências a fogões solares construídos e testados por diversos pesquisadores. Nomes como H. STAM, SALGADO PRATA, G.LOF, ABOU-HUSSEIN e outros, contribuíram objetivamente para a solução do

problema. Foram construídos e testados inúmeros protótipos de concentradores parabólicos, esféricos, cilindro- parabólico, o sistema "four" ou caixa quente baseado no efeito estufa, o sistema misto "four" cilíndrico-parabólico e outros.

Os protótipos industrializados na França, Japão, Estados Unidos, etc. utilizam superfícies refletoras parabólicas.

Entre os protótipos testados observou-se que o tempo necessário para ebulição de um litro de água com temperatura inicial de 20 °C situou-se na faixa entre 15 e 30 minutos, para a otimização da curva da radiação solar.

As superfícies refletoras destes protótipos foram obtidas com revestimento de folha de alumínio polido, plástico aluminizado, alumínio anodizado, chapa de bronze niquelada etc.

A SOFEE, indústria francesa de equipamentos solares patenteou um fogão construído em plástico rígido, de forma parabólica cuja superfície refletora é formada por um revestimento de plástico aluminizado, conhecido localmente como "mylar". Existe outro tipo de fogão denominado "umbrella" que apesar de sua fragilidade estrutural é bastante prático e facilmente transportável. A sua superfície refletora é constituída por um tecido recoberto de um filme de plástico aluminizado.

### **2.5.2. Considerações sobre a superfície refletora**

O emprego de plástico rígido metalizado funcionando como elemento estrutural e superfície refletora do concentrador, tem sido objeto de vários estudos.

Presentemente o único plástico possível de ser metalizado pela indústria brasileira é o tipo ABS. A tecnologia adotada exige, contudo o emprego de matrizes de aço ou latão o que até certo ponto invalida a utilização do ABS para fabricação dos concentradores para utilização em fogões solares devido ao alto custo do produto final. Além desse fato, as câmaras de metalização empregadas pela indústria brasileira, geralmente utilizadas para peças de pequenas dimensões, provavelmente não seriam economicamente recomendáveis em virtude do pequeno número a ser processado de cada vez, devido às dimensões dos concentradores com diâmetros da ordem de 1,14 metros.

A utilização do papel de alumínio para revestimento do parabolóide ainda é a solução mais economicamente indicada na obtenção da superfície refletora, muito embora não seja a melhor. Este material apresenta algumas desvantagens apesar da boa

refletividade e baixo coeficiente de absorção à radiação solar. Tem vida útil reduzida e sua refletividade fica dentro de pouco tempo comprometida pela oxidação natural sem considerar que, durante a operação de cocção dos alimentos, água ou gorduras não tenham sido entornadas sobre o papel. O plástico aluminizado importado tipo "mylar" e outros apresentam problemas semelhantes. É contudo, mais resistente e de vida útil maior do que a do papel. A sua refletividade e o baixo coeficiente de absorção à radiação solar são excelentes.

O aço inox poderia ser uma solução, porém além de seu preço elevado, tem a propriedade de absorver o infravermelho do espectro solar, afetando o rendimento do concentrador. Em relação ao papel de alumínio apresenta a vantagem de não sofrer a ação do tempo ou mesmo das graxas ou gorduras, água ou outro líquido que sobre ele seja entornado. É de fácil limpeza, não pode ser riscado com facilidade, o que contribui para manter a superfície refletora sempre em boas condições.

Os filmes de plástico metalizados, via de regra importados, não seria a melhor solução em virtude do custo e dificuldade de importação. Poder-se-ia pensar em folhas de alumínio polido ou anodizado, porém não são facilmente encontradas no mercado regional, com o grau de polimento desejado. Soluções outras como superfícies cromadas ou niqueladas exigem que o absorvedor seja construído de metal, encarecendo o produto acabado.

Podem-se também obter parabolóides de madeira laminada, pó de madeira com aglomerante, alumínio, papelão, fibra de vidro etc.

Considerando as dificuldades encontradas para obtenção de um material de boa qualidade e de baixo custo para compor a superfície refletora, são utilizados pedaços de espelhos obtidos através do corte de uma lâmina de 2 mm de espessura, adaptando-se os pedaços ao perfil curvo da parábola.

É importante, contudo, esclarecer que o fogão solar não tem a pretensão de substituir integralmente o uso da lenha ou mesmo do gás de cozinha e nem isto seria possível, pois sendo o fogão solar um equipamento cuja operacionalidade só tem sentido com a presença da radiação solar direta. É perfeitamente compreensível que haverá ocasião em que o Sol não ofereça condições de operacionalidade do fogão solar, quer por questões de forte nebulosidade, que em decorrência de períodos chuvosos e fatores outros que impeçam a presença da radiação direta e neste caso o uso da lenha ou do gás se torna imperativo.

## 2.6. Mapas do fluxo de radiação solar no território brasileiro

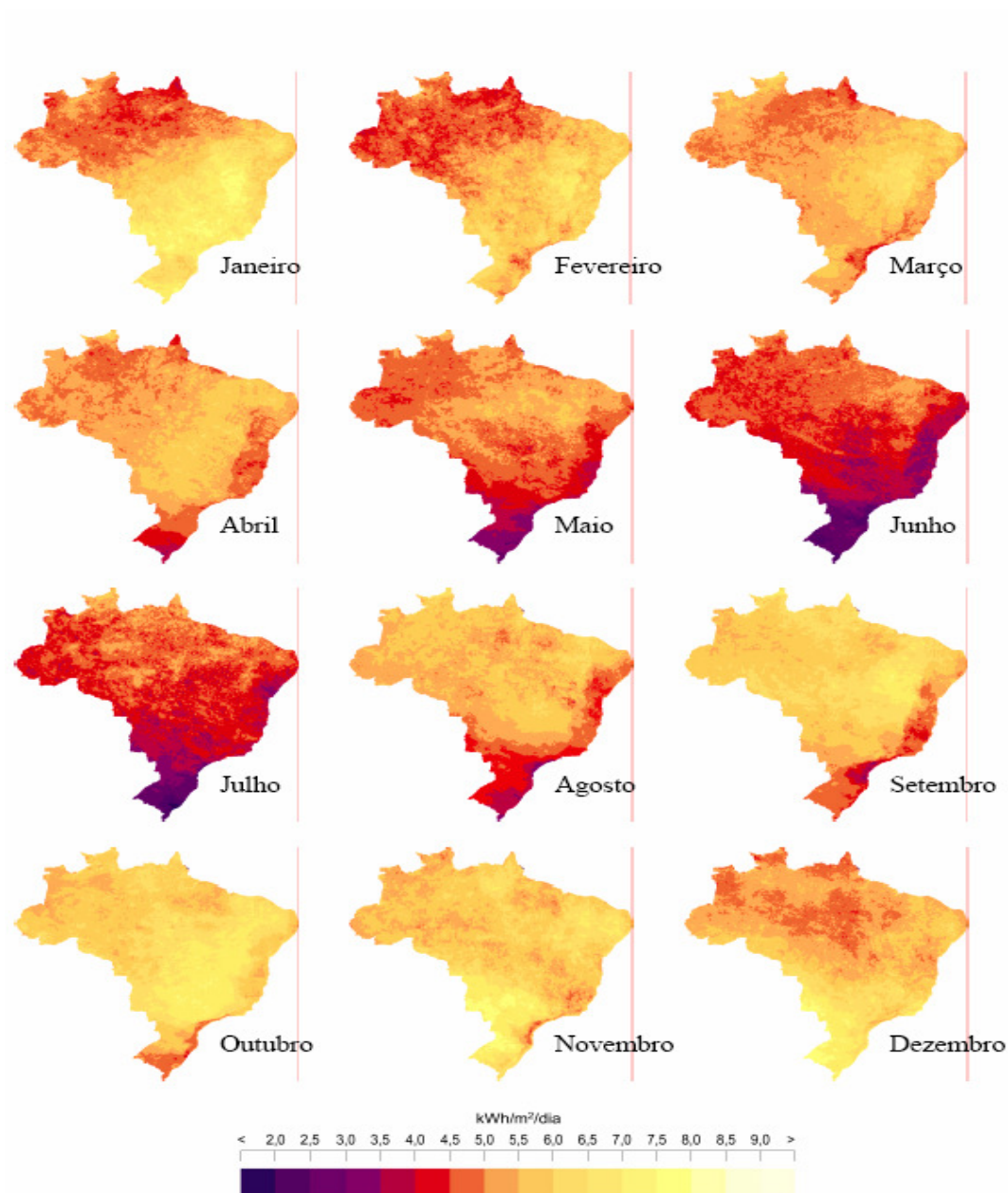
Na Figura 2.26 são apresentados os mapas da média mensal da radiação solar global para os doze meses de 2000. Como era esperado, pode-se observar que o Brasil, devido à sua localização predominantemente tropical, possui uma grande disponibilidade de recursos de energia solar em todo o seu território. Os maiores valores de fluxo de radiação são observados na região central do país durante o verão. É interessante notar que durante o verão, os valores de radiação solar global observado na região sul do país são superiores aos valores obtidos para a região norte.

Mesmo durante o inverno, a radiação solar na superfície é elevada apresentando os valores mínimos da ordem aproximada de  $200\text{Wm}^{-2}$  no sul do Brasil. Vale observar que durante a estação seca, as estimativas de radiação solar apresentam incertezas maiores em função da ocorrência de queimadas na região central e norte do país que lançam grande quantidade de aerossóis na atmosfera capazes de absorver a radiação solar (Pereira, 2000). Trabalhos realizados (Pereira, 2000) indicam desvios que são da ordem de 11 % entre valores calculados e medidos nessas regiões, em comparação com os desvios bem menores, da ordem de 6 % nas regiões onde não ocorrem queimadas. Estudos estão sendo desenvolvidos para incluir uma parametrização dos aerossóis emitidos em eventos de queima de biomassa em modelos de transferência de radiação, no entanto, a reduzida quantidade de informações disponíveis sobre a composição, a concentração e a distribuição espacial dos mesmos vem dificultando a obtenção de resultados consistentes.

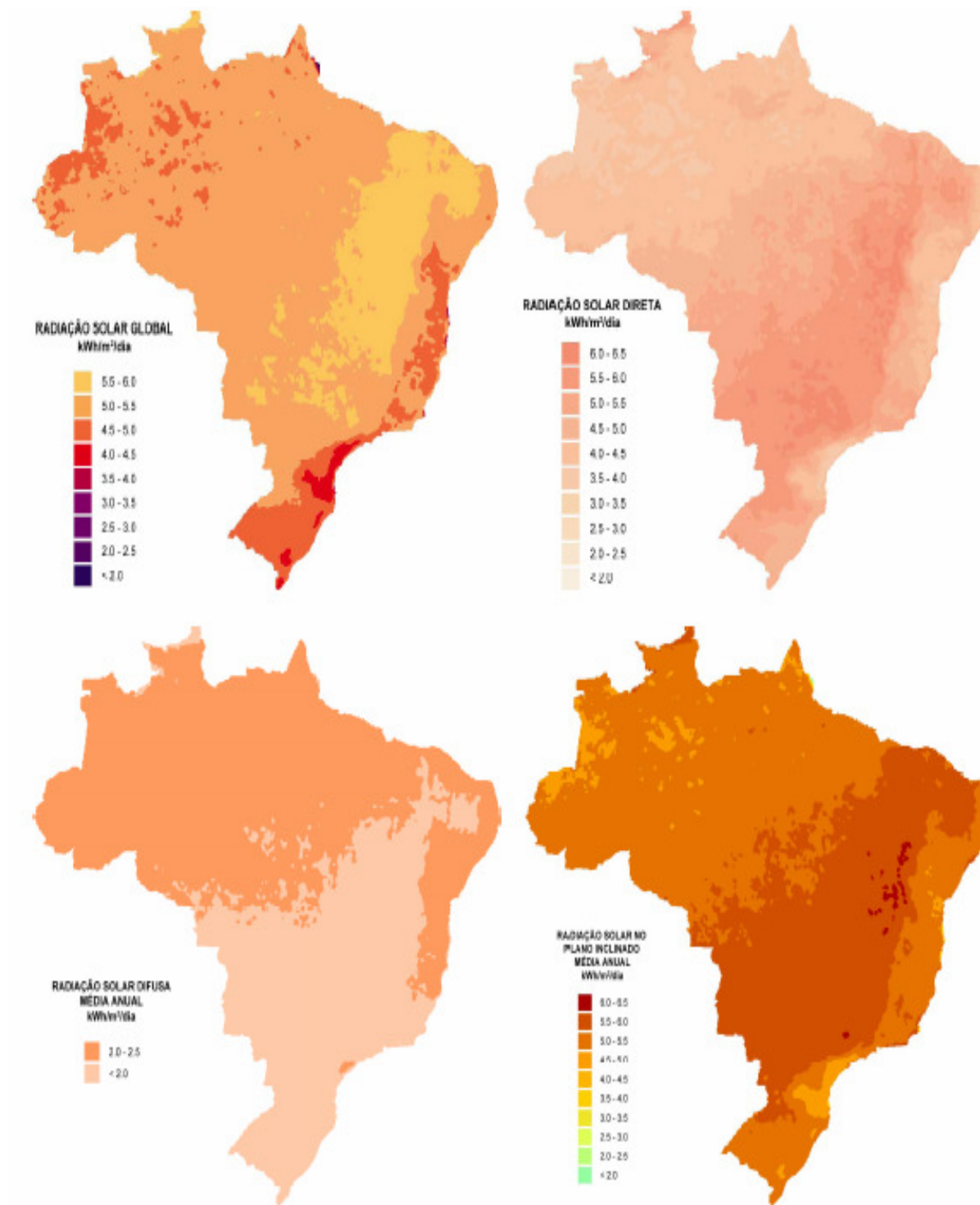
Além dos mapas de radiação solar global, mapas das componentes direta e difusa, de radiação foto sinteticamente ativa (PAR) e da radiação em planos inclinados também estão sendo gerados e armazenados para disponibilização de acesso público. Na Figura 2.27 é mostrada a média anual das componentes da radiação solar (global, direta, difusa) e a radiação solar no plano inclinado para o território brasileiro. A informação contida no mapa de radiação no plano inclinado (Figura 2.27D) é de grande utilidade no aproveitamento da energia solar em projetos de geração fotovoltaica ou térmica uma vez que mostra a quantidade de energia incidente no plano de maior radiação solar direta considerando a posição geográfica do local. Pode-se observar que os maiores valores de radiação direta e no plano inclinado ocorrem aproximadamente nas mesmas regiões do país: região compreendida pelo estado do Tocantins, oeste da Bahia e sul dos estados de

Maranhão e Piauí durante o período de verão e na região central e sudeste do país durante a estação seca (agosto a outubro). Na Figura 2.27(D) é apresentado de forma clara o grande potencial para o aproveitamento da energia solar no Brasil. A média do território brasileiro (aproximadamente 5 k.W.h.m<sup>-2</sup>/dia) é praticamente igual ao valor máximo de radiação observado no continente europeu (aprox. 5,5 kW.h.m<sup>-2</sup>/dia), Helioclim, (2004), onde ocorre um grande investimento tanto governamental como de iniciativa privada nesta fonte de energia renovável.

Estudos estão sendo desenvolvidos com o objetivo de avaliar a variabilidade interanual do fluxo de radiação solar na superfície. Estimativas para o período de 1999 a 2004 foram processadas e analisadas, o que permitirá também a realização de estudos para determinar quais os fatores climático-ambientais que influenciam na variabilidade dos recursos de energia solar. Esse é um aspecto importante para a avaliação dos riscos associados a investimentos para a aplicação desta fonte de energia.



**Figura 2.26.** Mapas de radiação solar global média mensal para o território brasileiro obtido com o uso do modelo BRASIL-SR a partir de dados climatológicos e imagens de satélite GOES-8 para o ano de 2000.



**Figura 2.27.** Mapas de radiação solar média anual para o território brasileiro obtidos com o uso do modelo BRASIL-SR a partir de dados climatológicos e imagens de satélite GOES-8 para o ano de 2000: (A) radiação global, (B) radiação direta, (C) radiação difusa e (D) radiação global em plano inclinado em ângulo igual à latitude local.

## **2.7. Eletricidade do Sol**

A eletricidade solar térmica é uma tecnologia relativamente nova que já se tem mostrado muita promissora. Com pouco impacto ambiental e sendo uma fonte barata, oferece uma oportunidade aos países mais pobres do mundo comparável ao avanço que os parques eólicos marinhos estão oferecendo atualmente aos países europeus com mais ventos no litoral. A eletricidade solar térmica usa diretamente o Sol, porque se situar em regiões com uma alta radiação solar direta. Entre as áreas mais promissoras do mundo estão o Sudeste dos Estados Unidos, América Central e do Sul, África, Oriente Próximo, a Europa Mediterrânea, Iran, Paquistão, e as regiões desérticas de Índia, a ex-União Soviética, China e Austrália.

Em muitas regiões do mundo, um quilômetro quadrado de Terra basta para gerar de 100 a 200 GigaWatts hora (GWh) de eletricidade ao ano usando a tecnologia solar termoelétrica. Isto equivale à produção anual de uma central térmica; a exploração de menos de 1 % do potencial solar térmico total, seria suficiente para estabilizar o clima mundial mediante reduções massivas de CO<sub>2</sub>.

### **2.7.1. Converter o calor do Sol em eletricidade.**

Produzir eletricidade da energia dos raios solares é um processo relativamente simples. A radiação solar direta pode ser concentrada e armazenada mediante uma série de tecnologias (TCS) que proporcionariam temperaturas de médias a altas. Este calor se utiliza para operar um ciclo termodinâmico convencional, por exemplo, acionar uma turbina acoplada a um gerador de eletricidade.

O calor solar recolhido durante o dia pode também se armazenar em meios líquidos, sólidos ou que cambiam de fase, como sais fundidos, cerâmicas, cimento, ou no futuro, misturas de sais que mudam de fase. Pela noite, pode extrair-se o calor do meio de armazenamento para fazer funcionar a turbina.

A eletricidade solar térmica também está barateando os custos de produção. As centrais que operam na Califórnia alcançaram impressionantes reduções de custos, com custos de geração que oscilam hoje entre 10 a 13 centavos de \$/kWh. Em geeneral, se espera que no futuro os custos estejam próximos de 5 centavos de dolares. Juntas, tecnologias avançadas, produção em massa, economias de mercado e melhoras na

operação, permitiram uma redução nos custos da eletricidade solar a um nível competitivo com as centrais térmicas de combustíveis fósseis nos próximos 10 a 15 anos.

### **2.7.2. Tecnologia, custos e benefícios**

Para produzir eletricidade a partir da energia solar térmica se requerem quatro elementos: concentrador, receptor, alguma forma de transporte do calor, armazenamento e conversão da energia, um equipamento que é muito similar ao de uma planta de combustível fóssil. As três tecnologias solares térmicas mais promissoras são o concentrador cilindro parabólico (CCP), o receptor central de torre e o disco parabólico.

## **2.8. Modelo Brasil - SR**

Os mapas de radiação solar para o território brasileiro e América do Sul foram obtidos com o uso do modelo de transferência de radiação BRASIL-SR desenvolvido pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) em parceria com o Laboratório de Energia Solar / Universidade Federal de Santa Catarina. Atualmente o modelo encontra-se operacional no LABSOLAR processando os dados solares para a América Latina. A obtenção de uma estimativa da radiação solar incidente na superfície utilizando o modelo BRASIL-SR está atrelada a três conjuntos principais de informações: a) valores climatológicos de temperatura, visibilidade, umidade relativa; b) dados digitais extraídos de imagens de satélite; e c) aplicação do “Método de Dois-Fluxos” (Martins, 2001) para solução da equação de transferência de radiação na atmosfera. Na Figura 2.28 é mostrado o diagrama em blocos dos processos pelo modelo. As bases de dados climatológicos de temperatura e visibilidade foram desenvolvidas a partir da compilação e análise geoestatística dos dados de todas as estações de superfície na América do Sul disponíveis na base de dados “Global Surface Summary of Day Data” mantida pelo National Climatic Data Center. O banco de dados de umidade relativa foi desenvolvido a partir da interpolação de dados obtidos junto à “International Research Institute for Climate Prediction” para toda a América do Sul. A base de dados de albedo de superfície foi gerada a partir das planilhas mensais na resolução 1° x 1° disponibilizadas pelo “Distributed Active Archive Center – Goddard Space Flight Center”. Os valores de altitude para todo o território da América do Sul foram obtidos pela manipulação da base de dados GTOPO30 produzida pelo Earth Resources

Observation System Data Center (EROS) mantido pelo U.S Geological Survey. Os valores do coeficiente de cobertura efetiva de nuvens (*neff*) são obtidos após manipulação e análise estatística das imagens de satélite (GOES-8 e GOES-12) e descrevem dois efeitos causados pela presença de nuvens: a fração do céu coberto por nuvens e a profundidade ótica das mesmas.

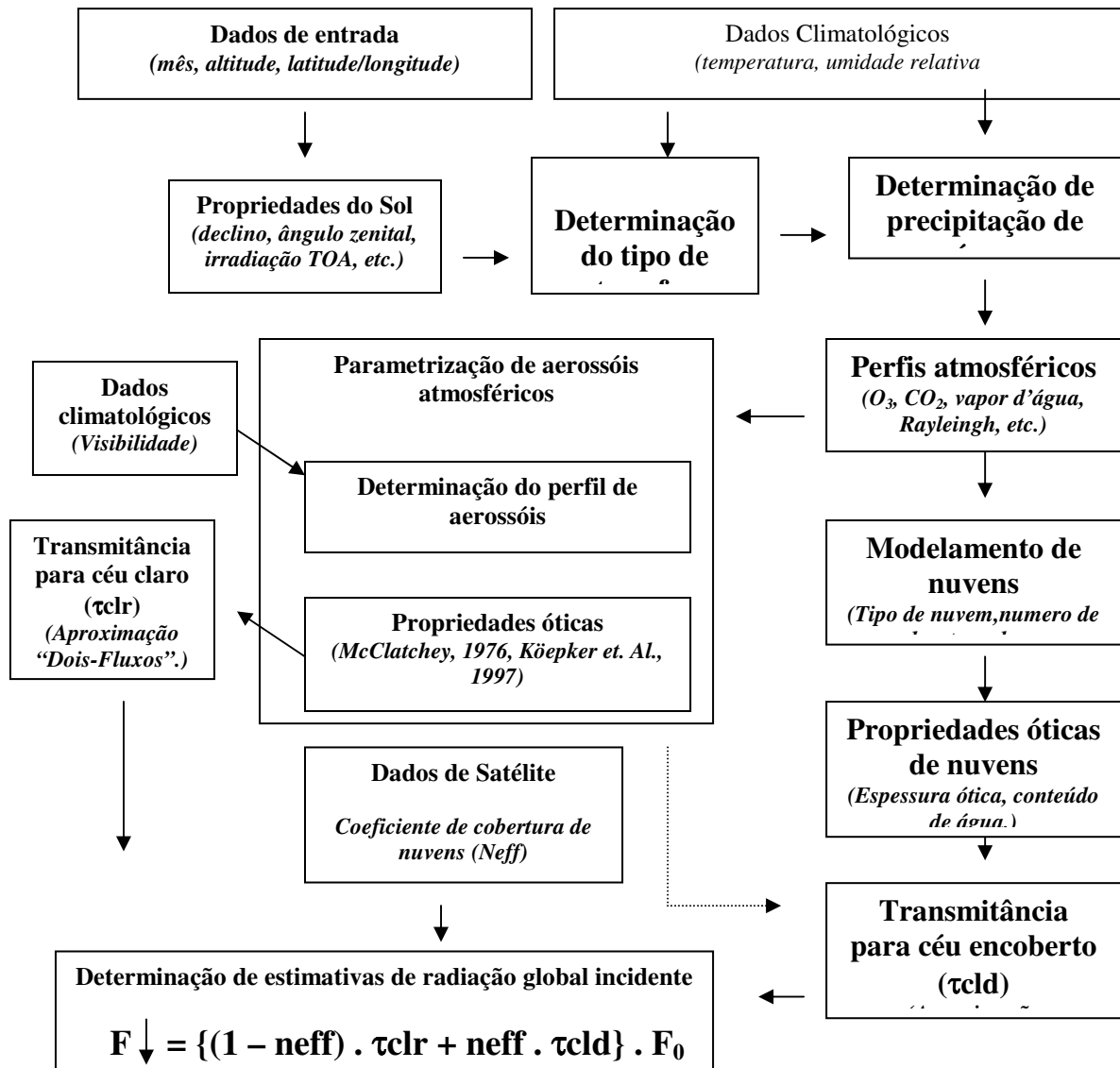


Figura 2.28. Fluxograma do modelo de transferência radiativa BRASIL-SR.

O modelo assume que fluxo de radiação solar no topo da atmosfera está linearmente distribuído entre as duas condições atmosféricas extremas, céu claro e céu encoberto (Martins, 2001; Pereira *et al.*, 2000). O modelo assume, também, a existência de uma relação linear entre a irradiância global na superfície e o fluxo de radiação refletida no topo da atmosfera, descrita matematicamente por:

$$F_{\downarrow} = F_0 \{ \tau_{clear} \cdot (1 - neff) + neff \cdot \tau_{cloud} \} \quad (2.35)$$

Onde  $F_{\downarrow}$  é fluxo de radiação solar incidente na superfície,  $F_0$  é a radiação incidente no topo da atmosfera. A radiação solar incidente na superfície é estimada através da Equação (2.35) a partir de duas componentes independentes: a primeira componente corresponde à transmitância atmosférica em condição de céu claro,  $\tau_{clear}$ , e a segunda refere-se à condição de céu encoberto,  $\tau_{cloud}$ . As duas transmitâncias podem ser estimadas a partir de parametrização dos processos físicos que ocorrem na atmosfera utilizando dados climatológicos e a aproximação de “Dois-Fluxos” para solução da equação de transferência de radiação. A natureza aleatória do fluxo de radiação solar incidente na superfície em qualquer condição de nebulosidade é incluída no modelo através do coeficiente de cobertura de nuvens (*neff*).

## 2.9. Dados da energia solar (NE e RN)

A radiação média global (Anual) da região Nordeste foi de 5.688 W.h/m<sup>2</sup> conforme apresentado na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1.** Dados: Centro de Estudos de Energia Solar- CENSOLAR/ES

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
5945	5806	5723	4945	5111	4528	5000	5611	5611	6612	6667	6389

Radiação Incidente Mensal Média em Natal/RN sobre Superfície Horizontal (W.h/m<sup>2</sup>dia) em horas de Sol, Média Diária (1995 a 1999) na Tabela 2.2, segundo a estação Climatológica da UFRN.

**Tabela 2.2.** Média Mensal: 250,3 a 3003,6 horas de Sol/ano: mensal de 250 horas e anual de 3.003,5 horas

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
8,6	7,9	7,1	7,3	8,2	7,1	7,2	7,5	9,0	9,7	9,5	9,7

Situação energética RN (Dados: IDEMA/IBGE/COSERN) mostra a radiação anuário das diversas regiões do Rio Grande do Norte na Tabela 2.3.

**Tabela 2.3.** Dados: Anuário Estatístico do RN/1997

Zona	Pop.Res.	Consumidores de Energia Elétrica				
		Outros	%	Rural	%	Total
Litoral Oriental	1.129.951	273.372	97,7	6.513	2,3	279.888
Litoral Norte	158.750	29.638	98,1	564	1,9	30.202
Agreste	267.080	50.609	97,9	1.094	2,1	51.703
Currais Novos	92.547	20.758	90,1	2.290	9,9	23.075
Caicó	113.055	25.728	94,1	1.620	5,9	27.348
Serras Centrais	84.165	13.540	96,8	445	3,2	13.985
Alto Apodi	215.112	45.810	96,3	1.769	3,7	47.579
Mossoroense	498.000	107.507	94,1	6.729	5,9	114.236
<b>Total</b>	<b>2.558.660</b>	<b>566.989</b>	<b>96,4</b>	<b>21.027</b>	<b>3,6</b>	<b>588.016</b>

Resultados – Censo 2000:

Domicílios: **612.639**

Com energia elétrica: **582.055**

Sem energia elétrica: **30.584**

---

---

## **Capítulo 3**

### **Estado da Arte**

---

---

### 3. Estado da Arte

O uso de combustível não-renovável vindo de áreas mais populosas por parte das comunidades carentes é difícil e caro, devido ao fato de a maioria das comunidades estarem em áreas isoladas. O nível de radiação solar nestas regiões é muito alto, eis o porquê de o cozimento solar se tornar uma possível solução. O uso de fogões solares implica alcançar os dois objetivos, tanto bom alimento, quanto desenvolvimento, diminuindo o impacto no meio ambiente (Souza, 2004).

Neste campo de abordagem teve-se como base princípios óticos, sendo um trabalho anteriormente desenvolvido ao nível local, nacional e internacional. No que diz respeito a experiências locais já foram desenvolvidas, construídas e testadas várias gerações de fogões solares ao longo dos últimos vinte anos, com várias geometrias e utilizando diferentes tipos de materiais (Saraiva *et. al*, 1999).

#### 3.1. Análise do fogão solar tipo caixa

Esse tipo de cozinha pode ter distintos números de refletores externos (0 a 4), planos ou levemente côncavos. Caracterizam-se por permitirem a obtenção de temperaturas de no máximo 150 °C demoram a aquecer e sua operacionalização, geralmente, não é fácil. Por outro lado tem a vantagem de poder funcionar praticamente sem a intervenção do usuário, mantendo o alimento aquecido durante um tempo prolongado, não produzem efeitos danosos ao usuário nem por contemplação nem por reflexão, são estáveis e não apresentam riscos pela produção de chamas, não gerando, portanto, susceptibilidade a queimaduras. São construídos com materiais de baixo custo, ainda que seja improvável seu uso para todos os dias do ano. Podem-se construir modelos de fácil transporte, leves e dobráveis. É possível estar acoplado a um sistema auxiliar que utiliza gás como combustível.

Pode-se retirar a comida e completar o seu cozimento por via tradicional no caso do céu estar nublado. Algumas experiências têm demonstrado que muitos processos de cocção podem realizar-se a 75 °C, durante mais de duas horas.

Esse tipo de fogão encontra ampla aplicação em todo o mundo, principalmente na Ásia e África, destacando-se a Índia e a China, como países que têm investido

maciçamente em programas sociais que viabilizam a construção de fogões solares a baixo custo, para uma utilização significativa por parte de seu povo. A seguir são mostrados alguns tipos de fogões do tipo caixa em utilização em todo mundo.

No Instituto de Energias Não Convencionais, em 1998, na Espanha, construiu-se uma cozinha de dupla caixa, usando-se como material para cobertura transparente, duas lâminas de policarbonato, que se encontram mostradas na Figura 3.1, além de dois outros fogões. Esses fogões foram construídos baseados em um modelo desenvolvido pelo Brace Research Institute (BRI, 1996) do Canadá.



**Figura 3.1.** Vista em perspectiva do fogão solar tipo caixa.

Um outro tipo de fogão tipo caixa bastante utilizada é o fogão solar painel de Bernard, mostrado na Figura 3.2, desenvolvido na Associação Lyonnaise para Estudo do Desenvolvimento da Energia Solar. A.L.E.D.E.S na Universidade de Lyon, na França.



**Figura 3.2.** Fogão solar painel de Bernard.

### 3.2. Análise e teste de 4 fogões solares

O uso do fogo está diretamente relacionado com a existência da raça humana. O consumo de alimentos cozidos é primordial para o ser humano, e a forma mais comum

de cocção é usar algum combustível. Assim, o crescimento da população humana é acompanhado do aumento de consumo de alimentos, e por consequência um aumento do consumo de combustível para cocção. O suprimento de energia para cocção é necessário para o bem estar da população, e o fogão solar pode ser uma opção de cocção para certa parcela da população.

Na maior parte dos países pobres do mundo, a lenha é o principal combustível da cocção. No Brasil, cerca de 94 % das residências possuem fogões a GLP, o que ocasiona uma grande demanda deste combustível. Somente uma pequena parcela da população brasileira usa exclusivamente a lenha para a cocção. O aumento do preço do petróleo e dos seus derivados está levando parte da população pobre brasileira a retornar ao uso dos fogões a lenha. O uso de energia solar para cocção, diminui a demanda de combustível no setor, economizando combustíveis fósseis e lenha.

Os fogões solares estão presentes na literatura técnica desde o século XVIII. O pioneiro dos fogões solares foi o suíço Horace de Saussure que construiu em 1767 um fogão tipo estufa capaz de atingir cerca de 90 °C. Em 1830 o astrônomo John Herschel usou fogões solares em sua expedição na África do Sul. Em 1870 Augustine Mouchot desenvolveu para a Legião Francesa um fogão solar portátil capaz de assar 500 g de pão em 45 min ou 1 kg de batatas em uma hora. Em 1878 William A. Adams (Bombaim, Índia) desenvolveu um fogão concentrador que usava espelhos planos montados na forma de uma pirâmide invertida de oito lados, que concentrava a radiação sobre um forno cilíndrico. Este forno podia cozinhar de 6 kg em 4 a 5 horas. Este modelo é popular ainda hoje.

O fogão solar tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores em todo mundo, sobretudo devido ao impacto do uso da lenha na cocção sobre o meio ambiente. Na China e no Tibet o fogão solar é um sucesso comercial; existindo hoje cerca de 300.000 fogões solares em uso. Na China são utilizados fogões concentradores com espelhos de vidro com área de 2 m<sup>2</sup>, capazes de ferver 1 litro de água em 20 minutos sob uma boa insolação. Estes fogões custam cerca de US\$ 20,00.

### **3.2.1. Existem três tipos básicos de fogões solares.**

- 1- Concentradores
- 2- Estufa
- 3- Sistema com coletor solar separado da unidade de cozimento.

### **3.2.1.1. Fogões Solares Concentradores**

Os fogões solares concentradores utilizam um dispositivo ótico (refletor ou lente) entre a fonte de radiação (Sol) e a superfície absorvedora. A área da superfície absorvedora é menor do que a área do dispositivo de captação da energia solar, de modo a aumentar a intensidade energética. A razão entre a área de coleta e a área do absorvedor é a chamada razão de concentração geométrica, e pode variar de 10 a até centenas nos fogões concentradores. Assim, é possível alcançar no foco temperaturas superiores a 400 °C. Outra característica dos concentradores solares é a razão de concentração ótica, que leva em conta as características óticas da superfície coletora e da superfície absorvedora (respectivamente refletividade e absorvidade). A superfície refletora pode apresentar diversas formas, tais como parabólica, semi-esférica, cilíndrico-parabólica, cônica, tronco-cônica, paraboloidal e tipo V. A panela de cocção deve ter fundo negro para absorver melhor a radiação solar.

Os fogões concentradores são os fogões solares que apresentam as maiores potências e menores tempos de cozimento. A grande desvantagem destes equipamentos é que funcionam somente com a radiação direta, devendo estar corretamente orientados para o sol para o funcionamento correto. A orientação incorreta ou a presença de nuvens podem reduzir a bastante a eficiência do fogão concentrador.

O projeto da superfície refletora de um fogão solar do tipo concentrador deve produzir uma razão de concentração adequada ao uso do fogão. Além disto, quanto maior o ângulo, menor a necessidade de orientação do fogão solar.

O material utilizado na superfície refletora deve garantir um acabamento o mais liso e especular possível, acompanhar a forma da superfície refletora e ser economicamente viável. As superfícies refletoras são obtidas com revestimentos de folha de alumínio polido, plástico aluminizado, alumínio anodizado, chapa de bronze niquelada etc. O papel alumínio é uma boa solução do ponto de vista econômico. Ele possui uma alta refletividade e um baixo coeficiente de absorção da radiação solar. Entretanto, devido à sua fragilidade, sua vida útil é pequena. O plástico metalizado é mais resistente e possui vida útil maior que a do papel alumínio. Sua refletividade é alta e possui baixo coeficiente de absorção à radiação solar. O aço inox, é um excelente refletor, mas possui preço elevado. O aço inox não sofre ação do tempo ou de gorduras, água ou outros líquidos derramados. É de fácil limpeza e resistente a riscos. Placas de

alumínio polidas possuem características óticas superiores ao aço inox. Entretanto o processo de polimento é caro e elas sofrem um processo de oxidação.

### **3.2.1.2. Fogões Solares Tipo Estufa**

Os fogões solares tipo estufa consistem basicamente de uma caixa isolada termicamente, dotada de uma janela de vidro para absorver a radiação solar. O vidro permite a passagem da radiação de ondas curtas (luz solar) e impede a saída da radiação de ondas longas (radiação infravermelha emitida pelos componentes do interior da caixa). O calor retido aumenta a temperatura no interior da caixa possibilitando a cocção dos alimentos. Alguns fogões solares do tipo estufa possuem superfícies refletoras externas, que aumentam a intensidade da radiação incidente sobre o vidro, aumentando a potência do fogão.

Os fogões solares tipo estufa aproveitam não só a radiação direta (como nos fogões concentradores), mas também a radiação difusa. Assim é possível o seu funcionamento em dias parcialmente nublados. O isolamento térmico permite que a cocção continue durante um determinado tempo, mesmo na ausência de radiação solar. Entretanto, o vidro dificulta o acesso à panela, e no cozimento de alimentos que necessitam uma interferência constante, o funcionamento fica prejudicado.

### **3.2.1.3. Fogões Solares com Armazenamento**

Os fogões solares com armazenamento possuem um coletor solar separado da unidade de cozimento. O fluido de trabalho (água ou óleo) é aquecido pelo coletor solar e é levado para a unidade de cozimento por mecanismo de termosifão. A grande vantagem deste sistema é que a unidade de cocção pode ficar dentro de casa, eliminando o desconforto de cozinhar ao ar livre, fora de casa. Além disso, um reservatório armazena o fluido aquecido e permite que se possa cozinhar à noite. Entretanto, são muito mais complexos e caros que os demais tipos de fogões solares.

### 3.2.2. Protótipos de fogões solares

A fim de estudar o funcionamento e operação dos fogões solares foram construídos e testados quatro fogões solares (Pinheiro, 2006).

- **Fogão 1. Tipo Estufa**



**Figura 3.3.** Fogão 1 Tipo Estufa.

O fogão 1 Tipo Estufa, Figura 3.3, foi construído em papelão, isolado internamente com placas de isopor 20 mm. O interior foi forrado com espelhos de vidro nas laterais e uma chapa de aço galvanizado pintada de preto no fundo. A cobertura é de vidro plano de 3 mm de área espessura, de 53 cm x 53 cm. Foram instalados puxadores na tampa de vidro de modo a facilitar a sua remoção e o acesso ao interior.

- **Fogão 2. Tipo Estufa**



**Figura 3.4.** Fogão 2 Tipo Estufa.

O fogão 2 Tipo Estufa, Figura 3.4, foi construído em papelão, isolado internamente com placas de isopor 20 mm. Em 2 das laterais foram colocados espelhos em ângulo de 30° de modo a direcionar a radiação solar para a panela. A cobertura é de

vidro plano de 3 mm, de 94 cm x 95 cm. Foram utilizados 2 vidros de 47 cm x 95 cm na cobertura de modo a facilitar a retirada do vidro e o acesso ao interior. Um orifício de diâmetro 10 mm em uma das laterais permite a saída do vapor produzido.

- **Fogão 3. Tipo Concentrador Parabólico**



**Figura 3.5.** Fogão 3 Tipo Concentrador Parabólico.

O fogão 3 Tipo Concentrador Parabólico, Figura 3.5, foi construído a partir de uma antena parabólica em fibra de vidro de diâmetro 1,56 m. A antena parabólica foi pintada com tinta alumínio de cor preta e no foco foi instalado o dispositivo de sustentação da panela. O ajuste do foco é realizado movimentando o concentrador sobre um suporte apoiado no solo.

- **Fogão 4. Tipo Concentrador Cônico**



**Figura 3.6.** Fogão 4 Tipo Concentrador Cônico.

O fogão 4 Tipo Concentrador Cônico, Figura 3.6, foi construído em madeira e papelão. O suporte é de aço. A seção tronco-cônica (45°) foi construída com papelão e forrada com papel alumínio. O fundo do concentrador foi coberto com uma chapa de aço galvanizado pintada de preto. Um suporte mantém a panela na posição de cocção. O

ajuste do foco é realizado movimentando o concentrador sobre um suporte apoiado no solo.

**Tabela 3.1.** Quadro Sinótico das Características dos Protótipos de Fogões Solares (Pinheiro, 2006).

	Tipo de Fogão Solar	Área Coletora m <sup>2</sup>
01	Estufa	0,281
02	Estufa	0,893
03	Concentrador Parabólico	1,910
04	Concentrador Cônico	0,622

### 3.2.3. Método de ensaio de fogões solares

Para ensaiar os protótipos construídos foi necessário desenvolver uma metodologia de testes. Na metodologia de teste se procurou estabelecer todas as grandezas que influem diretamente no desempenho dos fogões solares e delimitar parâmetros para cada uma delas.

#### Equipamentos Necessários para os Ensaio

- Medidor de Temperatura (termopar)
- Solarímetro
- Cronômetro
- Anemômetro
- Trena ou metro
- Bureta de 1000 mL
- Panela de alumínio: diâmetro 250 mm, espessura 0,5mm, preto fosco (absortividade  $\geq 0,86$ )

#### 3.2.3.1. Procedimentos Preliminares

- Medir a área do coletor, inclusive os refletores.

- Instalar o termopar na panela, de modo que ele se mantenha no centro e a 10 mm do fundo. Os fios do termopar devem passar através de um orifício na tampa.
- Conectar o termopar ao equipamento de medição.
- Colocar 7 kg de água por metro quadrado de área do coletor (ou refletor). Quando forem utilizadas mais de uma panela, é necessário repartir igualmente a água entre todas as panelas. Assegurar que a junta de medição do termopar na panela esteja submersa na água.

### **3.2.3.2. Procedimento Operacional**

- Colocar a panela no fogão.
- Medir a velocidade do vento com o anemômetro. Anotar.
- Medir a insolação com o solarímetro. Anotar.
- Medir a temperatura ambiente e da água.
- Iniciar as medições quando a temperatura da água atingir 40 °C, terminar o ensaio quando atingir 90 °C.
- Medir a cada 10 minutos:
  - temperatura da água. Anotar.
  - temperatura ambiente. Anotar.
  - insolação. Anotar.
  - velocidade do vento. Anotar.

#### **Restrições:**

- Os experimentos deverão ser realizados entre 10 h e 14 h (Hora Solar).
- A temperatura ambiente deve estar entre 20 e 35 °C.
- A insolação deve estar entre 450 e 1100 W/m<sup>2</sup>. A variação da insolação entre cada medição (10 minutos) não pode ser maior que 100 W/m<sup>2</sup>.
- A velocidade do vento deve ser inferior a 2,5m/s e sua média inferior a 1m/s.

### **3.3. Testes e resultados dos fogões solares**

Os ensaios dos fogões solares foram realizados no Campus da UFMG em Belo Horizonte, MG, no período de 08 a 19 de Novembro de 2004, entre 10h e 14h (hora

solar). Neste período o céu encontrava-se aberto, com a presença de poucas nuvens (Pinheiro, 2006).

Os fogões do tipo estufa foram colocados na horizontal, orientados no sentido leste-oeste, e ficaram estáticos durante todo o ensaio. Os fogões do tipo concentrador foram orientados perpendicularmente aos raios solares, de modo que o foco atingisse o absorvedor (panela). A cada 15 minutos verificava-se a posição do foco. Foram realizados no mínimo 3 ensaios de cada fogão. Os resultados apresentados nas figuras 3.7 e 3.8 representam a média destes ensaios.

Local do teste - Campus da UFMG, Belo Horizonte, MG

Latitude: 19°52'14" S    Longitude: 43°57'41" W    Altitude: 790 m

Condições do teste: Céu aberto com poucas nuvens

Temperatura ambiente: 29,9 a 34,6 °C

Umidade relativa do ar: 50 a 65 %

Velocidade do vento: < 1 m/s

Radiação global - 930 a 1050 W/m<sup>2</sup>

### 3.3.1. Equipamentos Utilizados

Solarímetro Spectral Eppley Modelo PSP 33050F3 (Precisão ± 0,5 %)

Termopar tipo K icel com certificado de calibração (Precisão ± 0,5 °C)

Termômetro digital Polimed PM 1020 (Precisão ± 0,5% leitura ± 1,0 °C)

Anemômetro Minipa MDA-11 (Precisão ± 3 % de fundo de escala)

Psicrômetro de Aspiração (bulbo-seco - bulbo-úmido)

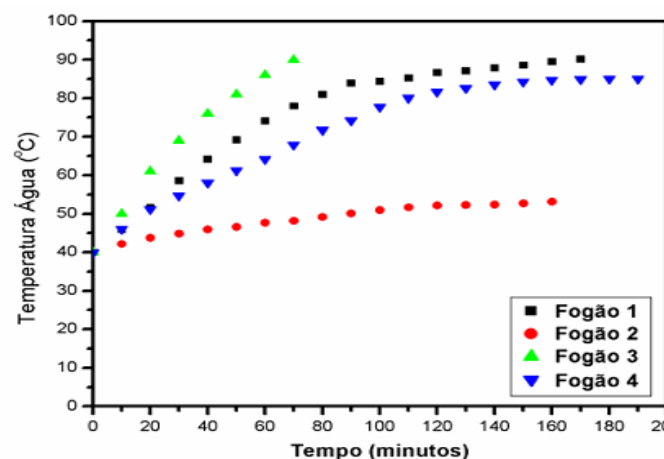
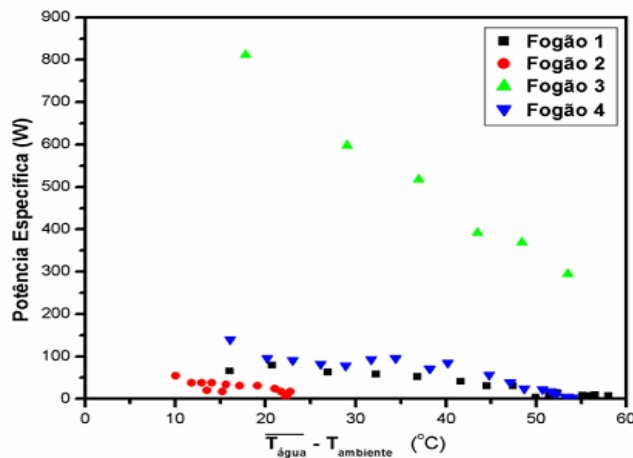


Figura 3.7. Temperatura da Água (Pinheiro, 2006).



**Figura 3.8.** Potência Específica dos Fogões Solares (Pinheiro, 2006).

**Tabela 3.2.** Quadro Sinótico das Características dos Protótipos de Fogões Solares (Pinheiro, 2006).

	<b>Tipo de Fogão Solar</b>	<b>Área coletora</b>	<b>água</b>	<b>Rend</b>	<b>Potência W</b>
01	Estufa	0,281 m <sup>2</sup>	1,9 L	14,3%	40
02	Estufa	0,893 m <sup>2</sup>	6,3 L	4,0%	35
03	Concentrador parabólico	1,910 m <sup>2</sup>	13,3 L	34,5%	670
04	Concentrador cônico	0,622 m <sup>2</sup>	4,5 L	12,8%	86

Nos fogões 01 e 03 foi possível atingir a temperatura de 90 °C, após um tempo de 2 h 50 min e 1h 10 min respectivamente. A temperatura máxima atingida no fogão 02 foi 53 °C e no fogão 04 foi 85 °C.

O fogão 01 funcionou a contento, com um rendimento próximo ao encontrado na literatura conforme apresentado na tabela 3.2. O fogão 02 teve um rendimento muito baixo. Apesar de sua grande superfície coletora, o fogão 02 possui também uma grande superfície de perda de calor. Além disso, sua construção não foi muito esmerada, existindo perdas de calor pela junção dos dois vidros. A grande inclinação dos espelhos em vez de direcionar a radiação para a panela provocou a reflexão de parte da radiação para o exterior.

O fogão concentrador parabólico 03 funcionou a contento. O bom acabamento da superfície refletora concentrou os raios solares no fundo da panela com precisão. Como somente o fundo da panela foi aquecido, as perdas térmicas para o meio ambiente

foram menores. O uso de uma panela de fundo preto e superfícies laterais polidas poderiam minimizar ainda mais as perdas térmicas por radiação.

O fogão concentrador cônico por sua vez concentra a radiação na superfície lateral da panela. Quanto maior for a radiação, maiores as perdas térmicas para o meio ambiente. O uso de painéis com superfícies laterais negras aumentam a absorção da radiação solar e aumenta as perdas térmicas para o meio ambiente. O uso de painéis com superfícies laterais polidas, diminuem consideravelmente a absorção da radiação solar. Além disto, como a construção também não foi esmerada, o foco não ficava totalmente sobre a panela.

Nos dois fogões concentradores verifica-se que é muito importante o posicionamento correto da panela em relação ao foco. Caso a panela fique fora do foco, não se consegue um funcionamento satisfatório.

### 3.4. Fogões concentradores

Os concentradores são refletores circulares que concentram a luz solar no recipiente de cocção ou panela. Suas desvantagens são as necessidades de luz solar direta, mecanismo de acompanhamento para seguir a incidência solar a cada 30 minutos, esfriamento rápido do alimento se há desvio de foco ou nebulosidade acentuada; falta de estabilidade ante-ventos, risco de fogo ou queimaduras, danos aos usuários por raios refletidos. Em contrapartida têm a possibilidade de alcançar altas temperaturas, o que permite realizar frituras ou assados.

A seguir são mostrados alguns tipos de fogões concentradores nas Figuras 3.9 e 3.10 em uso em todo o mundo.



**Figura 3.9.** Fogão solar construído no Laboratório de Máquinas Hidráulicas e Energia Solar (LMHES).



**Figura 3.10.** (Figuras: a, b). Fogões Concentradores

### 3.5. Determinação Experimental da Difusividade Térmica do Pão Francês Durante o Processo de Assamento

Durante o assamento, importantes alterações ocorreram nos pães como diminuição do conteúdo de água de 44,1 para 30,8 % e aumento do volume de 382 para 420 cm<sup>3</sup>. Devido ao aumento do volume e diminuição da massa, a densidade aparente do pão francês variou de 0,324 g/cm<sup>3</sup> para o pão sem assamento a 0,231 g/cm<sup>3</sup> para o pão com 14 minutos de assamento. A difusividade térmica efetiva do pão francês foi determinada a partir das curvas de penetração de calor considerando o pão como um cilindro bidimensional. As curvas foram registradas a uma taxa de 30 aquisições por minuto durante o assamento dos pães em um forno turbo com dispositivo de vaporização. O valor médio da difusividade térmica encontrada para o pão francês durante o assamento foi de  $4,1 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s.

A relação entre a habilidade de conduzir e armazenar energia de um material é conhecido como difusividade térmica ( $\alpha$ ). Materiais com alto valor de difusividade térmica respondem rapidamente a mudanças térmicas em seu ambiente, enquanto materiais de pequenos valores de  $\alpha$  respondem mais lentamente, demorando a alcançar um novo estado de equilíbrio (Incropera e De Witt, 1996). A difusividade térmica é uma importante propriedade de transporte que é necessária na modelagem e nos cálculos de transferência de calor transiente em operações básicas de processamento de alimentos, como a secagem, o processamento térmico, o resfriamento e o congelamento. A difusividade térmica de um material é influenciada pelo conteúdo de água, pela temperatura, pela composição e pela porosidade. Como em muitos processos, o conteúdo de água e a temperatura de um produto podem variar consideravelmente, o

valor da difusividade térmica também pode variar. Além disso, muitos produtos alimentícios não são homogêneos e a difusividade térmica pode variar de um local para outro dentro do mesmo produto.

O emprego da equação  $\alpha = \frac{k}{\rho \times c}$  para calcular o valor da difusividade térmica requer o conhecimento de valores determinados experimentalmente das três propriedades: a condutividade térmica, o calor específico e a densidade. Esta abordagem requer tempo considerável e instrumentação elaborada. Alguns pesquisadores publicaram dados de valores de propriedades térmicas de alimentos (ASHRAE citado por Singh; Sweat e Haugh ; Polley et al.; Heldman e Singh citado por Singh; Rahman) e estimaram a difusividade térmica. Outra abordagem é conduzir experimentos que permitam a medida direta desta propriedade (Singh).

O uso de curvas de penetração de calor é uma importante abordagem experimental para determinar  $\alpha$ , em situações em que a amostra é exposta à aquecimento por um longo período de tempo e tem sido amplamente empregado na indústria de enlatados. A base do método é a relação exponencial entre a mudança da temperatura do produto e o tempo após certo período de aquecimento.

Neste trabalho a difusividade térmica efetiva do pão francês foi determinada a partir das curvas de penetração de calor considerando o pão como um cilindro bidimensional.

### **3.5.1. procedimentos**

#### **3.5.1.1. Matérias-primas**

Farinha de trigo especial, água potável, fermento biológico liofilizado, sal, açúcar, gordura vegetal e aditivos: polisorbato Alkamult T-80 MX, ácido ascórbico, enzima Grindamil A 10000 (a-amilase) e estearoil lactilato de cálcio P 80-20 (CSL).

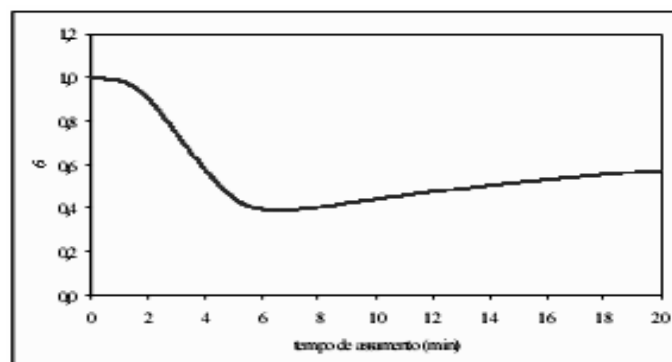
#### **3.5.1.2. Metodologia**

A manufatura dos pães foi conduzida pelo método direto na Padaria Piloto do Laboratório de Engenharia de Alimentos do Depto de Eng. Química da EPUSP, com composição semelhante aos pães comercializados. Após mistura, batimento, divisão, modelagem e fermentação da massa, as peças foram conduzidas ao forno turbo pré-

ajustado a 200 °C para assamento. A circulação de ar dentro do forno assegura uma distribuição uniforme de calor ao redor dos pães. Durante os primeiros instantes do assamento, vapor de água sob baixa pressão foi introduzido no interior da câmara do forno. Quatro bandejas foram colocadas no forno, com 16 pães cada, exceto uma em que uma posição foi ocupada por um cilindro de alumínio, com dimensões próximas às de um pão francês (D = 3,5 cm; L = 14 cm). Dois termopares tipo T foram inseridos em um pão francês, um posicionado no seu centro geométrico e outro na superfície. Dois outros termopares também foram inseridos no centro geométrico e na superfície do cilindro de alumínio, conforme mostra a Figura 3.11. As posições do cilindro de alumínio e do pão com os termopares na bandeja e a posição desta na câmara do forno foram sempre as mesmas em todos os ensaios. Um termopar foi utilizado para adquirir a temperatura do forno. Durante todo o processo de assamento o registro da temperatura da câmara do forno, do centro e da superfície do pão e do centro e da superfície do cilindro foi obtido através dos termopares ligados na interface da National Instruments, acoplada no computador, por meio do programa LabVIEW 5.1, na frequência de 30 aquisições por minuto, no total de 20 minutos de assamento.



**FIGURA 3.11.** Foto da bandeja com o cilindro de alumínio e os pães com os termopares inseridos.



**FIGURA 3.12.** Temperatura adimensional em função do tempo de assar do pão:

$$\Theta = \frac{T_c - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

Medidas físicas (comprimento e diâmetro) e a massa dos pães foram obtidas por medida direta, o volume foi determinado pelo método de deslocamento de sementes de painço e o conteúdo de água determinado de acordo com o método da AACC.

Para o cálculo de L (dimensão característica) do pão foram utilizados o valor médio do volume durante o assamento ( $388,2 \pm 6,41\text{cm}^3$ ) e a área calculada pelos valores médios do diâmetro ( $5,40 \pm 0,40\text{cm}$ ) e do comprimento ( $11,73 \pm 0,70\text{cm}$ ). A massa média encontrada foi  $48,4 \pm 1,7\text{g}$ . Para o cálculo do número de Biot no caso do pão francês foram utilizados o maior e o menor valor do coeficiente convectivo do forno, obtidos experimentalmente através das curvas dos perfis das temperaturas do centro e da superfície do cilindro de alumínio e da temperatura do forno, e também foram utilizados o maior e o menor valor médio da condutividade térmica do pão francês obtidos experimentalmente através da sonda linear (Queiroz, 2001).

A Figura 3.12 apresenta um exemplo da temperatura adimensional obtida durante o assamento do pão francês. A difusividade térmica efetiva do pão francês foi calculada para o caso bidimensional através da equação abaixo e o valor médio encontrado foi de  $4,110 \times 10^{-7} \pm 22,25 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ :

$$\frac{T_c - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = 2,3096 \exp\left(-\left(\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{(2,4048)^2}{R^2}\right) \times \alpha \times t\right)$$

Os valores obtidos são comparáveis aos encontrados na literatura para produtos de panificação (Zanoni et al., Rask citado por Zanoni et al., Magee e Bransburg).

### 3.6. Análise discriminativa das características sensoriais

O objetivo dessas análises foi avaliar diferenças nos aspectos sensoriais do pão pré-assado congelado produzido no laboratório em relação ao pão fresco. Pães produzidos com formulação similar à comercial foram pré-assados durante 7 minutos a  $250 \text{ }^\circ\text{C}$ , imediatamente congelados até atingirem  $-18 \text{ }^\circ\text{C}$  no centro geométrico e mantidos congelados até sete dias. Diariamente amostras foram retiradas do freezer, descongeladas e conduzidas ao assamento final. Análise sensorial dos pães pré-assados congelados foi realizada por uma equipe de provadores treinados e conduzida de acordo com o método de Teste de Comparação Múltipla para avaliar a diferença e o grau de

duas amostras-teste (uma constituída por pão fresco e outra por pão pré-assado congelado) em relação a uma amostra-controle (pão fresco) dos seguintes atributos: aparência, textura ao corte e sensação na boca. Análises estatísticas demonstraram que os provadores notaram diferença significativa da aparência entre as amostras a partir do 3º dia de congelado, da textura ao corte somente no 3º dia e da sensação na boca nos 2º, 3º e 7º dias.

O setor de Panificação e Confeitaria no Brasil representa 2 % do PIB nacional, com o faturamento anual ao redor de R\$ 16 bilhões [ABIP] e o pão francês detém 85 % desse mercado. Atualmente os pães podem ser comercializados em estabelecimentos não tradicionais como lojas de conveniência e supermercados devido à venda de pães congelados, uma tendência que está em crescimento no Brasil. Podem ser comercializado massa de pão congelada ou pães congelados pré-assados, cuja vantagem desse ultimo é exigir menos equipamentos no ponto de venda e maior rapidez no preparo [ABIP]. A comercialização do pão pré-assado congelado visa reduzir o desperdício de matéria prima e de espaço de produção, a não necessidade de equipamentos de fabricação e mão de obra especializada, a padronização da qualidade e a disponibilidade de vender pão quente a toda hora [NUTRINEWS].

### **3.7. Procedimentos**

No preparo do pão pré-assado, a massa foi produzida a partir de lotes de 5 kg de farinha de trigo pelo método direto (Queiroz, 2001) Os pães foram pré-assados durante 7 minutos em forno turbo a 250 °C e imediatamente submetidos ao congelamento até que a temperatura no seu centro geométrico atingisse -18 °C. Após o congelamento, os pães foram armazenados em sacos de polietileno e mantidos em freezer a -18 °C até 7 dias. A cada dia, amostras foram retiradas do freezer, descongeladas por uma hora à temperatura ambiente e então cozidas ao forno para completar o assamento. O pão pré-assado congelado após assamento final está mostrado na Figura 3.13.



**Figura 3.13.** Pão pré-assado após assamento final.

A análise sensorial foi realizada por um grupo de provadores constituído por 15 homens e 18 mulheres com idade entre 20 e 60 anos. Primeiramente o grupo foi submetido a um treinamento de reconhecimento dos gostos básicos (ácido, amargo, salgado e doce) e intensidade dos mesmos (fraco, médio e forte).

O método utilizado para a análise sensorial dos pães foi o Teste de Comparação Múltipla [ABNT] onde eram apresentadas duas amostras-teste codificadas (uma de pão fresco e outra de pão pré-assado congelado) e uma amostra-controle para comparação (pão fresco). Os pães foram encaminhados para análise 30 minutos após a saída do forno e eram substituídos após uma hora de análise [DUTCOSKY]. A cada dia de ensaio, amostras codificadas de pães processados e assadas em uma única etapa eram oferecidas aos provadores, sendo consideradas como frescas. Na avaliação da aparência os pães foram apresentados inteiros, para a análise de textura ao corte os pães foram apresentados cortados ao meio e para a sensação na boca foram oferecidas fatias de aproximadamente 2 cm de espessura. Para cada parâmetro analisado o provador recebia uma ficha de avaliação, constituída de duas partes. As análises foram conduzidas com os mesmos provadores nos 1º, 2º, 3º, 4º e 7º dias de armazenamento congelado do pão pré-assado.

Para identificar se havia diferença significativa entre as amostras foi utilizada a análise de resultados do teste “A” ou “não A” utilizando a distribuição estatística do  $\chi^2$ . Para quantificar o grau de diferença foi aplicado ANOVA, utilizando o método HSD Tukey no intervalo de confiança de 95 %.

A análise “A” ou “não A” indicou que a aparência apresentou diferença significativa a partir do 3º dia de congelado, que a textura ao corte apresentou diferença significativa somente no 3º dia de congelado e a sensação na boca no 2º, 3º e 7º dias. Os resultados obtidos da textura ao corte e sensação na boca não demonstraram uma tendência, fato que pode ser explicado devido ao longo período de análises

consecutivas, o que provavelmente causou uma fadiga no grupo de provadores provocando um decréscimo na habilidade de discriminação. Na Tabela 3.4 são apresentados os valores médios das notas dos provadores referentes ao grau de diferença entre as amostras teste e controle.

Confirmando os resultados obtidos no teste “A” ou “não A”, a ANOVA indicou que a aparência apresentou diferença significativa entre as amostras a partir do terceiro dia de congelado, a textura somente no 3º dia e a sensação na boca apresentou diferença significativa no 2º e 3º dias de análise. As médias obtidas em todos os parâmetros ficaram entre 1,44 e 2,64, indicando que a diferença apresentada foi entre ligeira e moderada.

**Tabela 3.3.** Valores médios das notas dos provadores referentes ao grau de diferença entre as amostras teste (pão pré-assado congelado) e amostra-controle (pão fresco).

Parâmetro	Amostra	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	7º dia
Aparência	pão fresco	2,48 <sup>a</sup>	1,83 <sup>a</sup>	2,12 <sup>a</sup>	2,00 <sup>a</sup>	2,43 <sup>a</sup>
	pré-assado	2,45 <sup>a</sup>	1,86 <sup>a</sup>	1,64 <sup>b</sup>	1,64 <sup>b</sup>	1,61 <sup>b</sup>
	DMS	0,50	0,36	0,43	0,44	0,52
Textura ao corte	pão fresco	2,58 <sup>a</sup>	2,25 <sup>a</sup>	2,22 <sup>a</sup>	2,13 <sup>a</sup>	2,25 <sup>a</sup>
	pré-assado	2,21 <sup>a</sup>	1,96 <sup>a</sup>	1,44 <sup>b</sup>	1,67 <sup>a</sup>	1,82 <sup>a</sup>
	DMS	0,48	0,47	0,50	0,60	0,55
Sensação na boca	pão fresco	2,52 <sup>a</sup>	2,63 <sup>a</sup>	2,64 <sup>a</sup>	2,04 <sup>a</sup>	2,32 <sup>a</sup>
	pré-assado	2,19 <sup>a</sup>	1,81 <sup>b</sup>	1,60 <sup>b</sup>	2,04 <sup>a</sup>	1,86 <sup>a</sup>
	DMS	0,52	0,46	0,45	0,60	0,51

<sup>a,b</sup> Valores médios com letras iguais não diferem estatisticamente entre si ao nível de 5% de significância.  
DMS: Diferença mínima significativa.

O pão pré-assado congelado apresentou diferença significativa em relação ao pão fresco na aparência a partir do 3º dia de congelado, na textura ao corte somente no 3º dia e na sensação na boca nos 2º, 3º e 7º dias de congelado.

---

---

## **Capítulo 4**

### **Materiais e Métodos**

---

---

## 4. Materiais e Métodos

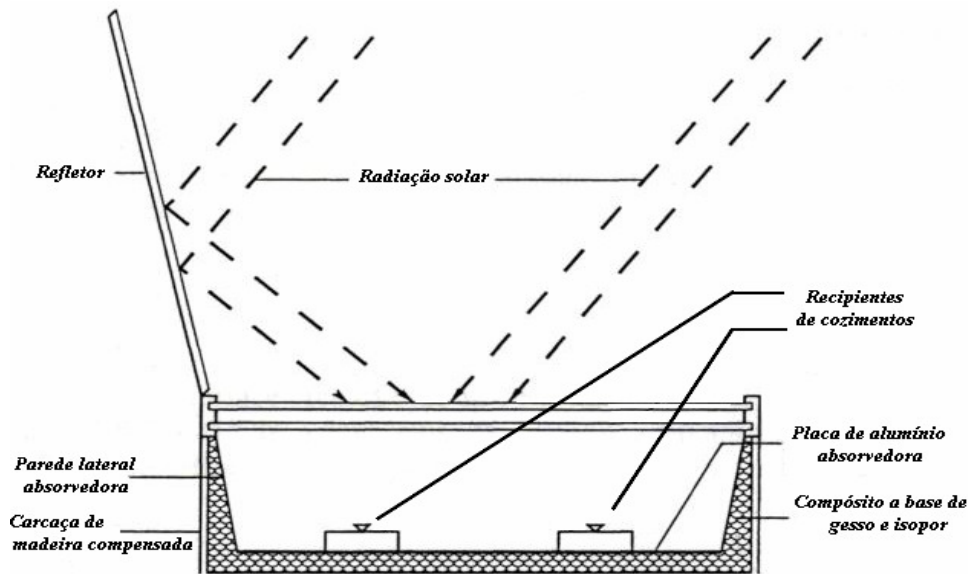
### 4.1. Materiais

Basicamente a construção do fogão solar foi feita de materiais compósitos, reaproveitados, encontrados até mesmo em ferros-velhos evidenciando assim o seu baixo custo orçamentário.

#### **Modelo conceitual**

O fogão solar experimental do tipo caixa tem suas características essenciais ilustrados na Figura 4.1. As características introduzidas para aumentar o desempenho global do modelo mais tradicional do fogão incluem, o espelho refletor plano especular, que aumenta a magnitude da radiação solar incidente na superfície do fogão.

O fogão consiste em uma bandeja de alumínio modelada na forma de uma pirâmide invertida de base retangular com uma das paredes pintadas de preto, assim como a superfície absorvedora e a câmara de cozimento. No topo tem-se um quadro de alumínio duplo com tampa vitrificada. A bandeja está incluída na caixa feita de um compósito isolante a base de gesso e isopor. O refletor plano consiste de um quadro de madeira disponível comercialmente, espelho plano que é de um determinado tamanho para formar uma cobertura para a caixa quando esta não está em uso. O abastecimento por quatro recipientes de cozimento cada um capaz de manter levantado 1 kg de água. Os recipientes de cozimento são de forma cilíndrica e tem as bases da superfície com uma boa proteção térmica com o prato absorvedor. A melhor forma de transferir calor para o recipiente é pela condução via prato absorvedor. A cobertura do recipiente está lisa e cada uma tem feito um abastecimento para o topo através da mangueira de vapor (a mangueira de vapor é provida de saída para a câmara de cozimento). Do vapor, que quando condensado na câmara, reduz a transmissividade da cobertura submetido a isso o equipamento pode ter seu prato absorvedor corroído. O acesso à câmara de cozimento é pela suspensão da dobradiça da tampa. A radiação solar que incide no vidro consiste de três componentes, isolação direta e difusa e radiação refletida do refletor plano.



**Figura 4.1.** Ilustração esquemática das características do fogão solar experimental.

## 4.2. Descrição do fogão

### 4.2.1. Projeto, Dimensão e Operação

#### 4.2.1.1. Tamanho da caixa

O fogão de caixa solar deve ser dimensionado considerando os seguintes fatores:

- O tamanho deve ser suficiente para caber a maior quantidade de comida comumente cozida ( $m^3$ );
- Se a caixa precisar ser movimentada frequentemente, o fogão não deve ser muito grande para não dificultar essa tarefa ou, então, pode ter “rodas” para facilitar a movimentação;
- A caixa deve acomodar os utensílios de cozinha que estão disponíveis e que são normalmente utilizados.

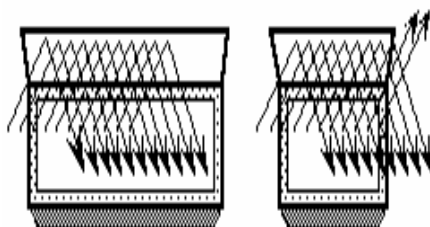
#### 4.2.1.2. Razão entre a área de coleta e o volume da caixa

Com todas as outras características permanecendo iguais, quanto maior a área de coleta da luz solar da caixa, em comparação com a área de perda de calor na caixa, serão obtidas temperaturas mais altas de cozimento.

Dadas duas caixas que tenham as áreas de coleta da luz solar de igual tamanho e dimensão, aquela que for de menor profundidade ficará mais quente porque ela tem menor área de perda de calor.

#### 4.2.1.3. Dimensões da caixa solar

Um fogão de caixa solar virado para o Sol do meio dia deve ser mais comprido em sua dimensão leste-oeste para fazer um melhor uso do refletor durante um período de várias horas como o apresentado na Figura 4.2. Devido ao movimento de rotação da Terra, o Sol “atravessa o céu”, essa configuração resulta em uma temperatura de cozimento mais constante.



**Figura 4.2.** Caixas solares mais largas captam mais luz solar do leste e do oeste.

Com fogões quadrados ou aqueles que têm maior dimensão Norte-Sul, uma maior porcentagem da luz solar do começo da manhã e do final da tarde é refletida do refletor para o chão, não atingindo a área de coleta de luz da caixa.

#### 4.2.1.4. Refletores

Um ou mais refletores são empregados para refletir luz adicional na caixa solar de maneira a aumentar a temperatura de cozimento. Embora seja possível que o fogão solar funcione sem refletores em regiões equatoriais, onde o Sol está mais elevado, “a pino”, os refletores solares aumentam significativamente a temperatura nas regiões temperadas do mundo.

- **Coletores ópticos espelhados**

Os espelhos operam sob as mesmas leis, como de superfícies refratoras quando o índice de refração é determinado em  $n = 1$ . Porque os espelhos são largamente usados

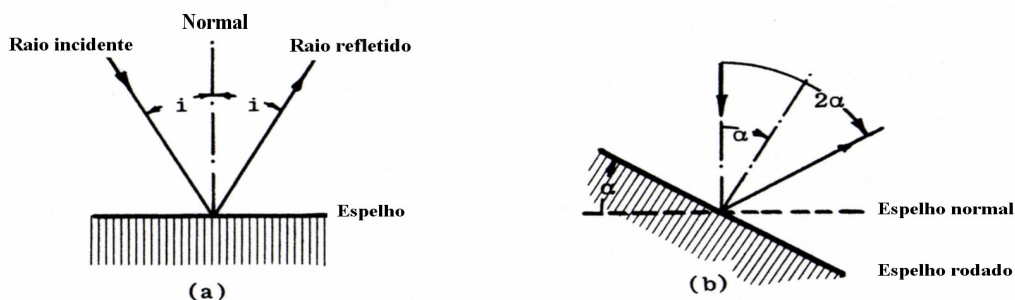
em aplicações de energia solar nós apresentaríamos, contudo, apresentaremos explicitamente as equações aplicáveis para os espelhos convenientes a este uso. Espelhos de conhecido interesse são os espelhos de superfície, usado como auxiliador do prato coletor da superficial, através de espelhos curvados que tem simetria circular ou cilíndrica. Os espelhos curvados incluem os cônicos, como eles são freqüentemente chamados na área óptica. Nesta seção são discutidas as equações relacionadas aos espelhos, com alguma atenção nas energias solares de interesse particular, mas é realizada para espelhos considerados especificamente coletores.

#### 4.2.1.4.1. Espelhos planos

A operação básica para descrever a operação do espelho plano no raio como é mostrado na figura 4.3, que está simplificada:

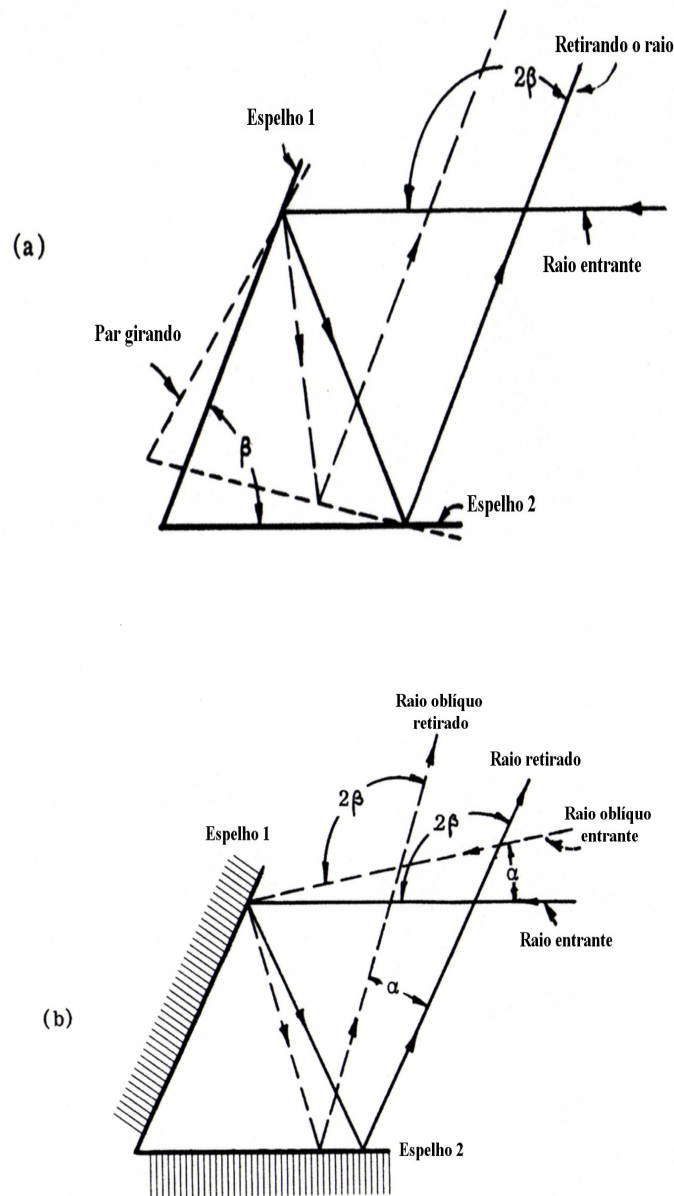
$$\text{sen } i = - \text{sen } r \quad \text{ou} \quad i = -r \quad (4.1)$$

Quando o raio incide como no diagrama, o raio refletido é desviado através de dois ângulos, o espelho está girando como mostrado o esquematicamente na Figura 4.3. Este comportamento é importante, por exemplo, no caso do heliostato solar. O espelho percorre sem interrupção  $90^\circ$  do Sol acima de  $180^\circ$ . Esta redução no movimento significa que o caminho limite é a ação da gravidade na estrutura são significativamente reduzidos em relação aos coletores parabólicos espelhados, que o Sol.



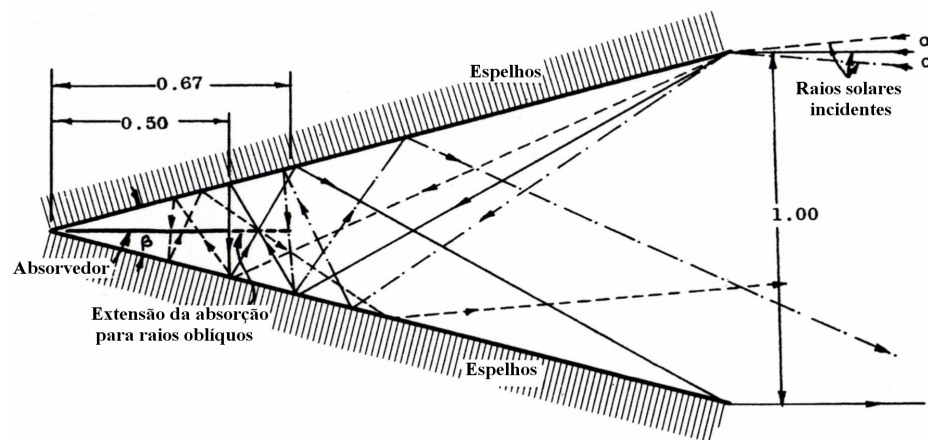
**Figura 4.3.** Diagrama para espelhos horizontais, mostrando (a) que o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência, e (b) que quando o espelho é girado através de um ângulo  $2$ , o feixe de luz refletido é girado através de um ângulo  $2\alpha$ .

Pares de espelhos planos também têm propriedades importantes para a aplicação solar. Na Figura 4.4. São mostrados dois espelhos tendo um ângulo  $\beta$  entre eles. Dependendo do ângulo acima, um raio pode ter uma, duas, três ou mais reflexões entre os espelhos, causando vários desvios por múltiplos ângulos  $\beta$ .



**Figura 4.4.** Diagrama mostrando que dois espelhos têm um ângulo  $\beta$  entre eles no raio incidente através de um ângulo  $2\beta$ . Diagrama (a) mostra que o ângulo de desvio não muda com o par de espelhos girado. Diagrama (b) mostra que o raio refletido é desviado com o mesmo ângulo do raio incidente, mas que o ângulo entre o raio incidente e o refletido permanece desviado  $2\beta$ .

Um par de espelhos tem um pequeno ângulo vertical que pode atuar como um coletor concentrador. Na Figura 4.5 é mostrado um par de espelhos cônicos com ângulo de  $30^\circ$ . Neste exemplo, o raio da borda da fenda alcança a penetração máxima dentro do cone na terceira reflexão. Quando o raio incidente está inclinado na abertura, a profundidade de penetração dentro do cone muda, aumentando para ângulos mais fechados tangenciando o espelho. No caso mostrado a concentração de fluxo para o raio incidente axial é  $x = 2,0$  no ângulo do vértice absorvedor no plano bi-seccionado. Este absorvedor deve ser alongado para coletar todos os raios dos ângulos axiais, reduzindo o balanço de fluxo na concentração da radiação.



**Figura 4.5.** Diagrama ilustrando o efeito da concentração do fluxo de um par de espelhos tendo um pequeno ângulo  $\beta$  entre eles. Note que a superfície absorvedora deve ser estendida (linha de choque) para interceptar os raios quando eles chegam axialmente ( $\alpha$ ). A concentração de fluxo destes  $30^\circ$  é  $x = 20$  para o eixo axial e  $x = 1,2$  para  $5^\circ$ .

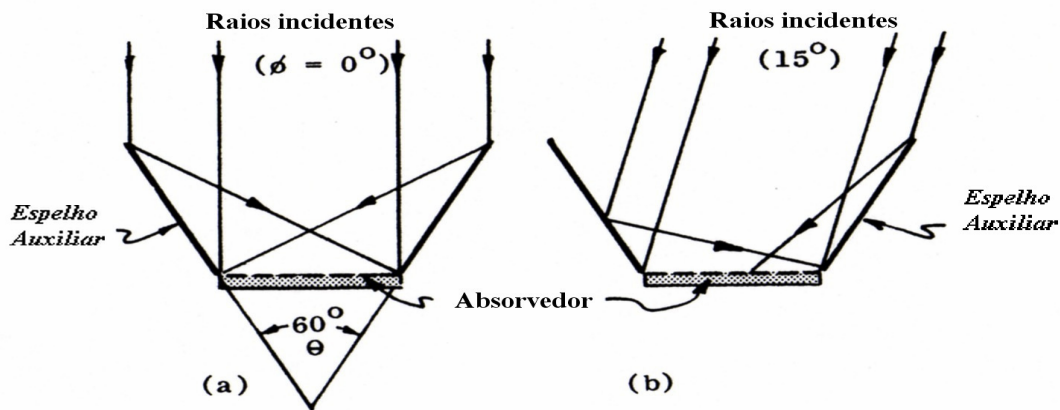
A geometria acima para o par de espelhos planos sustenta neste caso a simetria rotacional, como é formado pelo espelho cônico. O fluxo de concentração  $x$  para um cone com a geometria como na Figura 4.5, para o absorvedor cônico com o diâmetro de 0,02 para 0,50 m de comprimento, seria aproximadamente 25.

#### 4.2.1.4.2. Espelhos auxiliares

Espelhos horizontais têm sido usados para aumentar o desempenho do coletor horizontal desde que eles foram pela primeira vez introduzidos em 1911 por Shuman, que usou um espelho horizontal em cada lado do absorvedor no seu sistema de bombeamento de água na Filadélfia. Os espelhos auxiliares são bastante usados para

aumentar a eficiência para temperaturas mais altas que aquelas onde os coletores lisos horizontais geralmente operariam.

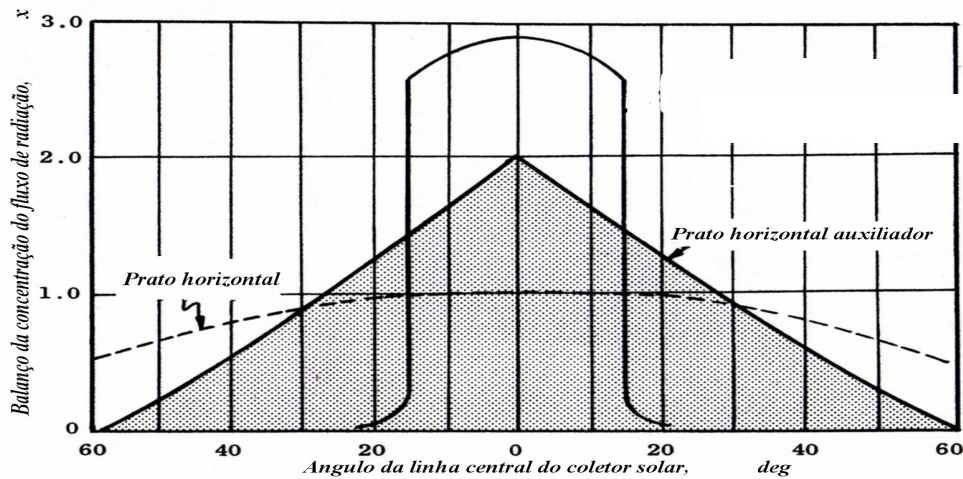
O espelho absorvedor básico é mostrado esquematicamente na Figura 4.6. A combinação tem algumas das propriedades dos coletores espelhados, mas não exige curvatura para os espelhos.



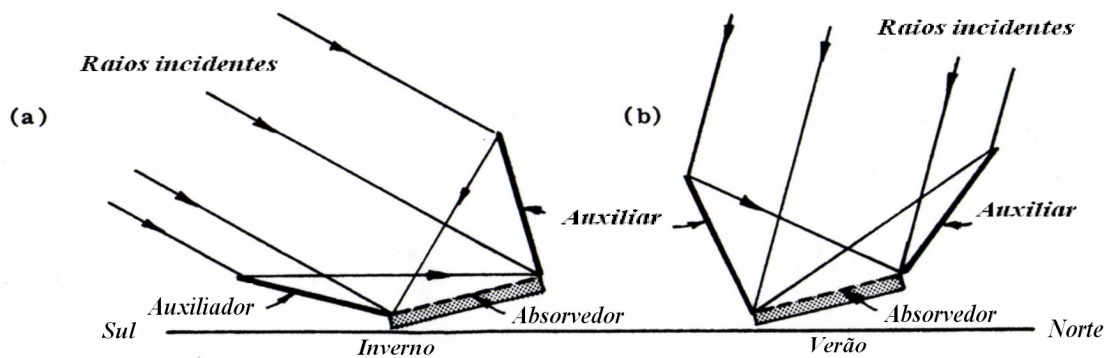
**Figura 4.6.** Diagrama do coletor horizontal com dois espelhos auxiliares de tamanho igual. Os auxiliares aumentam o fluxo próximo do normal, mas decresce além de  $\phi = 30^\circ$ .

Como sugestão para o aumento da concentração de calor dentro do forno podem ser usados espelhos auxiliares simétricos. Por exemplo, na Figura 4.6 é produzida uma concentração de fluxo (quando o Sol está perpendicular ao absorvedor) de 2,0. Como o ângulo solar aumenta como a inclinação, os espelhos tornam-se menos efetivos. Quando o ângulo solar excede o semi-ângulo  $\theta$  do espelho auxiliar, o espelho projeta-se na sombra do absorvedor, diminuindo a eficiência do sistema. A curva do balanço do fluxo de concentração da radiação versus o ângulo é mostrado na Figura 4.7.

A eficiência do sistema de prato horizontal auxiliar pode ser aumentada se o ângulo dos espelhos horizontais puder ser mudado muitas vezes durante o ano. Na Figura 4.8 nós mostramos como os espelhos auxiliares seriam mudados para otimizar a absorção fixa para ângulos solares no verão, que por uma porção considerável do dia atualmente aponta para o Norte para orientação do coletor EW.



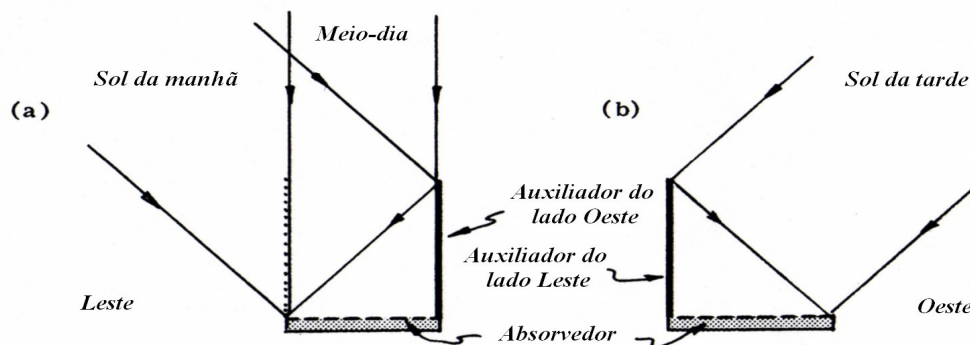
**Figura 4.7.** Gráfico da variação do efeito do fluxo de concentração para o prato coletor horizontal usando dois lados de espelhos tendo um ângulo entre eles de  $2\theta = 60^\circ$  e largura igual aquele absorvedor.



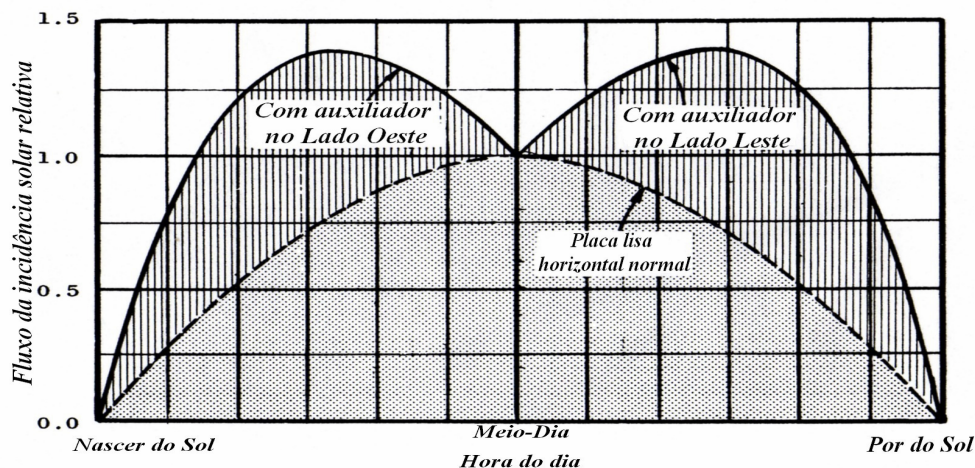
**Figura 4.8.** Diagrama mostrando como um par de espelhos auxiliares pode ser ajustado para otimizar o prato coletor horizontal fixo para mudanças sazonais, para orientação Oeste-Leste do coletor e espelhos de altura igual para o absorvedor.

Tambor (1966) propôs o uso de espelhos auxiliares para mudar o pico ao meio dia. Na Figura 4.9 é mostrado o diagrama esquemático em que o espelho auxiliar estar localizado verticalmente no lado Oeste do coletor. Nesta posição pela manhã a luz do Sol está concentrada no absorvedor, mas ao meio-dia na existe auxilio adicional do espelho. À tarde o espelho é ajustado para o lado Leste do absorvedor, repetindo o auxilio do Sol à tarde. O resultado do fator de concentração para o coletor é mostrado na

Figura 4.10. O auxiliar causa o pico de ocorrência desse fator no meio da manhã e uma similar no meio da tarde, com um vale na curva do meio-dia.



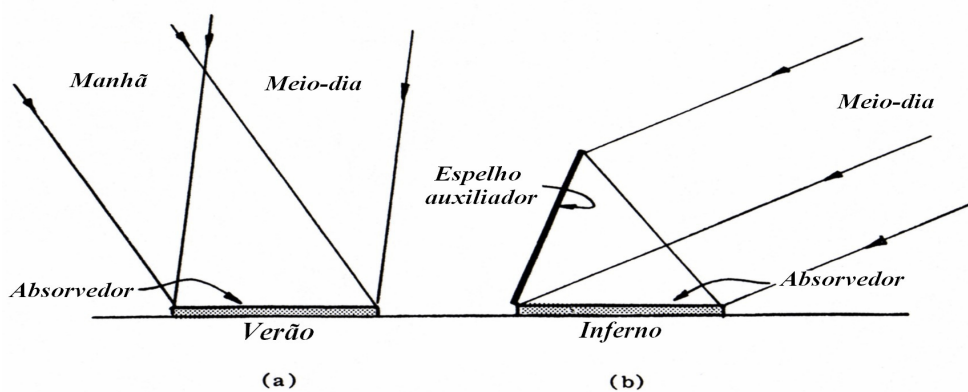
**Figura 4.9.** Diagrama do Tabor (1966) arranjo do auxiliador do Leste-Oeste. O auxiliador vertical está no lado Oeste do absorvedor durante a manhã e é movido para o lado oposto à tarde.



**Figura 4.10.** Diagrama mostrando a mudança de fluxo com a hora do dia para o coletor horizontal liso tendo um espelho (vertical) auxiliador Leste-Oeste removível. Ao meio-dia DIP na curva pode ser reduzido pela inclinação dos espelhos.

A posição relativa e o perfil da curva de concentração perto do meio-dia podem ser modificados pela rotação dos auxiliadores dos espelhos horizontais para a vertical. As características do rendimento produtivo excelente para este modelo do prato coletor horizontal. O problema básico deste modelo está na complicação de mudar o espelho de um lado do coletor para o outro ao meio-dia.

Outra opção para o uso do espelho auxiliador está na aplicação sazonal, por exemplo, para latitudes baixas os feixes de energia solar para o propósito dos experimentos durante os meses de verão exigem que o coletor seja aproximadamente horizontal para maior eficiência. No inverno a orientação horizontal ineficiente, mas o espelho auxiliador adicionado nesta estação pode melhorar muito a performance. Este tipo de aplicação está ilustrado na Figura 4.11, onde a secção cruzada óptica para a radiação incidente está atualmente mais larga durante o inverno do que o verão. A secção cruzada para o caso ilustrado é 15 % mas larga no inverno ao meio-dia que no Sol de verão. O espelho auxiliador pode também servir como uma capa para o coletor durante o tempo adverso, sendo mais facilmente fechado quando necessitado. O espelho auxiliador mais simples poderia ser não mais que faixas de alumínio Milar Stretched entre pontos espaçados ao longo pico (ao Norte).



**Figura 4.11.** Diagrama mostrando como o prato coletor horizontal pode ser aumentado com um espelho auxiliador plano para aumentar a secção óptica cruzada no inverno acima da secção cruzada no verão.

### 4.3. Métodos e testes

O teste do fogão solar tipo caixa foi realizados em vários dias. Nesse período experimental os seguintes parâmetros foram medidos:

- Temperatura ambiente do ar -  $T_a$ ;
- Temperatura interna do forno -  $T_i$ ;
- Temperatura da parede interna -  $T_{pi}$ ;

- Temperatura da parede externa –  $T_{pe}$ ;
- Energia de radiação solar total na superfície – I. A temperatura interna do forno foi lida a cada 15 minutos. A radiação solar na superfície horizontal e a temperatura ambiente do ar e das paredes internas e externas, também serão gravadas durante os testes. A radiação solar foi medida pelo sensor de energia solar; cujo elemento sensível é um fotodiodo de precisão. A velocidade do vento pode ser desprezada por apresentar valores muito baixos. A posição do fogão solar tipo caixa será fixada em área descoberta de forma que sua exposição ao Sol seja máxima e para uma melhor focalização da radiação solar no interior do forno (Clark, 1996).



**Figura 4.12.** Fogão solar proposto (LMHES) UFRN.

### 4.3.1. Procedimento Experimental

A construção do forno solar deste trabalho acadêmico e os testes empíricos, que foram realizados neste protótipo, foram baseados na metodologia descrita a seguir.

#### 4.3.1.1. Princípio básico conceitual

- Caixa Receptora e Concentradora de Raios Solares (efeito estufa).

O sistema é montado com duas caixas (pode ser de madeira), uma dentro da outra, separadas por um isolante térmico que suporte temperaturas de no máximo 155°C

No fundo da caixa menor (interna) usar uma chapa de zinco ou chapa de ferro zincada pintada de preto fosco e nas paredes dessa caixa usar material refletivo (exemplo: papel alumínio, espelho, aço inox).

A tampas desse forno, na verdade, devem ser duas. A primeira é feita com ripas formando uma moldura, e de cada lado dessa moldura será preso um vidro transparente {o ideal é que se faça um pequeno declive nas bordas interiores dessa moldura para encaixar o vidro (fazer o mesmo do outro lado)}. Assim, o forno é constituído por uma tampa com dois vidros um pouco afastados entre si (conforme a espessura das ripas). Essa tampa é presa por dobradiças em uma das laterais da caixa maior (externa).

A segunda tampa é uma chapa ou tábua revestida com material refletivo. Essa segunda tampa pode ser presa com dobradiças na borda externa da primeira tampa (na ripa). Isso vai facilitar o manuseio das tampas.

Esse forno solar não necessita de nenhum tipo de combustível; depende apenas de boa insolação.

Seu funcionamento é bem simples: o forno recebe os raios solares direta e indiretamente no seu interior. Diretamente são os raios que penetram através dos vidros para o interior do forno, e indiretamente serão os raios que irão bater na tampa reflexiva (segunda tampa) e serão refletidos para o interior do forno (estufa).

Essa tampa deverá ser ajustada algumas vezes durante o uso, sempre procurando direcionar os raios solares para o interior do forno. Para acertar esse ajuste, poderá usar apoios atrás dessa tampa ou cordinhas amarradas em um ponto da tampa e em uma estaca.

Dentro do forno, será colocada uma panela, pintada de preto fosco, para que essa absorva todo o calor gerado dentro do forno (estufa), aquecendo e cozinhando o alimento que estiver no seu interior.

A metodologia a ser empregada está baseada nos objetivos da presente contribuição acadêmica, ou seja:

**a)** Realizar experimentos, assando, por exemplo, pão e pizza em um fogão solar tipo caixa. Durante os experimentos serão medidas algumas temperaturas dentro do fogão solar, assim como fora dele. Obter, experimentalmente, o tempo necessário para assar alguns alimentos.

**b)** Obter parâmetros tais como: dimensões do objeto a ser assado, as suas propriedades termofísicas como calor específico, densidade e condutividade térmica,

além de avaliar parâmetros de transporte como o coeficiente convectivo e o coeficiente devido à radiação dentro do forno solar.

c) Modelar considerando o coeficiente convectivo e o de radiação e que na superfície onde é depositado o alimento a temperatura é aproximadamente constante;

d) Realizar outra modelagem considerando um termo fonte como sendo a energia solar que pode ser captada pelo forno e que é absorvida pelo objeto (pizza, pão) durante o processo de assá-los. Além disto, que a superfície onde é depositado o alimento é mantida à temperatura aproximadamente constante;

e) Comparar o tempo avaliado pelos modelos deste trabalho, com o tempo experimental necessário para assar alguns alimentos. Procurar na literatura, dados de tempo de assar, para compará-los com os valores mencionados antes.

Uma boa sugestão para se ter uma maior variedade de alimentos assados no protótipo, é a introdução de uma linha de vapor que interliga a câmara de cozimento com o meio externo, atuando desta forma, na evaporação da água contida nos alimentos aumentando, assim, a gama de alimentos tais como feijão, arroz e macarrão a utilizarem o fogão.

#### **4.3.2. Avaliação para Procedimento Padrão de Teste de Fogões Solares Analisando o Desempenho.**

Aumento da qualidade e necessidade global de crescimento de combustíveis alternativos para cozimento tem resultado em uma expansão de pesquisa e desenvolvimentos de fogões solares. Uso de unidades comum para medição do desempenho facilita a comunicação dos resultados de experimentos promissores para outros pesquisadores ao redor do mundo.

Os procedimentos de teste já existem, mas não foram extensamente nos papeis que discutem o desempenho do fogão solar. O procedimento Indiano usado para decisão de auxílio e para um modelo específico. Ele é baseado no procedimento de teste proposto por Mullick et. al. (1987). O procedimento proposto por Mullick é mais complicado e menos universal que o teste que foi avaliado, ainda que a curva característica que eles desenvolveram é um bom instrumento preditor. Na Europa, Grups et. al, (1994) empregou um procedimento de teste que mostra muitas informações

proveitosas. O objetivo desse procedimento foi avaliar os testes quanto possíveis para mostrar o potencial do fogão para as localidades carentes.

Reconhecendo a necessidade para ambos o formato em comum. Os pesquisadores podem dividir o reconhecimento da necessidade para a mensuração simples do desempenho para facilitar a seleção de fogões solares pelos consumidores, o comitê de procedimento experimental citou no Sul da Índia na cidade de Coimbatore no dia 09 de janeiro de 1997 e concordou que:

Uma das figuras que melhor representa o desempenho térmico é a da *potência* de cozimento efetivo, que mostra para ambos os fogões tanto de tamanho diferentes como de nível de aquecimento. A unidade de *potência* com que maioria das pessoas é familiar é o Watt. A influência das condições do teste nos resultados pode ser minimizada se as variáveis não controláveis estiverem no alcance certo.

Por essa razão, o comitê recomenda que o procedimento de teste seja seguro no formato reportado.

#### 4.3.2.1. Variáveis não-controláveis (tempo)

- **Vento** – Os testes dos fogões solares foram conduzidos quando o vento estava a uma velocidade menor que 10m/s na altura do fogão a ser testado. Se o vento estivesse a uma velocidade de 2,5 m/s por mais que 10 minm, se descartavam os dados desse teste. Razão: O desperdício de calor é fortemente influenciado pela velocidade do vento. As velocidades menores que 1,0 m/s ajuda a manter o coeficiente de perda de calor perto do coeficiente de perda por convecção natural. Dessa forma os resultados positivos são mais consistentes e repetíveis. Se o vento não interfira com a radiação total incidente (Nota: Procedimentos futuros podem incluir velocidades de vento específico. De qualquer modo, medir e controlar vento aumenta a complexidade conflitando com o objetivo de ter um teste simples repetível em qualquer lugar).
- **Temperatura Ambiente** – Os testes dos fogões solares foram conduzidos quando a temperatura ambiente estava entre 20 e 35°C. Razão: As temperaturas ambientes extremas observadas em um local podem ser difíceis de replicar em outro local. A força de cozimento é influenciada pela diferença de temperatura. O limite de 15 °C mantêm uma variabilidade moderada, e ainda permite testar

em mais locais durante pelo menos metade do ano. Exceções inevitáveis necessitam ser notadas.

- **Índices de temperatura do potenciômetro** - Dados registrados para temperatura da água entre 40 e 90 °C. Razão (40 °C) - O índice do potenciômetro deve estar à cima do ambiente para lá estar às perdas de calor. Razão (90 °C) - A temperatura de ebulição varia de acordo com a elevação (altura) e o calor latente de vaporização severamente baixa a força de cozimento aparente tanto quanto a água aproxima-se da fervura, evitando que o limite mais alto de temperatura diminua a probabilidade de ter dados anômalos.
- **Insolação** - A energia solar disponível é para ser mensurada no plano perpendicular para o feixe de radiação direto (á máxima leitura) usando um piranômetro de radiação. Variação na medida de insolação maior que 100 W/m<sup>2</sup> ou acima de 1100 W/m<sup>2</sup> durante o teste torna-o inválido. Razão: A manutenção de flutuações moderadas nos níveis de insolação reduz a variabilidade causada pela inércia dos efeitos térmicos. Pegando-se as leituras com 65 % do nível de insolação padronizado (que é 700 W/m<sup>2</sup>) reduz erros introduzidos pela potencia de cozimento ajustável pela insolação disponível. É esperado que mais locais encontrem estes critérios se não, exceções necessitam ser especialmente descritas.
- **Altitude solar** – O comitê recomendou fortemente que os testes fossem conduzidos entre 10 e 14 horas (solar). Razão: A ângulo zênite solar é constante no meio dia, e a diferença entre a insolação medida do plano de abertura do forno e no plano perpendicular para o feixe de radiação direto variará menos. Exceções foram necessárias pela variabilidade solar, ou temperatura ambiente deve ser especialmente notada.

#### 4.3.2.2. Variáveis controláveis (fogão).

- **Carregamento** - Os fogões devem ter 7 kg.água/m<sup>2</sup> na área interceptada distribuída uniformemente entre o potenciômetro abastecido com o forno. A área interceptada está definida como a soma do refletor e as áreas de abertura projetadas no plano perpendicular para o feixe de radiação direta. O ângulo zênite do feixe de radiação pode ser calculado acima do período de teste. A

seguir pode ser compensado pelo ângulo azimute do feixe de radiação. Estas duas estratégias devem resultar numa área interceptada constante, facilitando o calculo da carga. Razões: Água assemelha-se ao alimento na densidade e no calor específico, mas é mais consistente. A radiação interceptada é a melhor medida de energia disponível. A performance térmica é sensível para a taxa de carregamento. Este valor particular está próximo das varias taxas citadas em publicações prévias.

- **Rota** - A frequência do caminho do ângulo azimute pode ser apropriada para a aceitação do ângulo do fogão. Os fogões tipo caixa geralmente requerem ajustes a cada 15 ou 30 minutos quando a sombras aparecem no prato absorvedor. Já os tipos parábolas podem requerer ajustes mais freqüentes para a luz solar continuar focada no recipiente de água ou no absorvedor. Com os fogões tipo caixa, o caminho do ângulo zênite pode não ser necessário durante duas horas de testes conduzidos ao meio-dia. Os testes devem ser representados para hábitos dos consumidores.
- **Temperatura observada** – Os termopares são recomendados para medirem a temperatura por eles terem um baixo custo, acurácia e resposta rápida. Use potenciômetros abastecidos com o forno, se não estiver disponível, use recipientes de alumínio não são tão empregados pelo consumidor. Os termopares devem ser imersos nos recipientes de água e mantidos 10 mm acima do fundo do recipiente, no centro. As ligações dos termopares devem vim através da tampa do potenciômetro (ou da parede acima da linha de água) dentro da junção isolada termicamente que protegerá o fio do termopar de desvia-se ou das temperaturas extremas. O fio segurado com o calafete de silicone para reduzir a perda de vapor. Razões: O próprio local do termopar pode minimizar erros que deveriam se causados pela estratificação térmica e intrusão do sensor dentro do recipiente. A capacidade de conservação térmica dos recipientes de cozimento feitos com alumínio barato é insignificante se comparado a conservação térmica da água contida nesses recipientes.

#### 4.3.2.3. Protocolo de teste

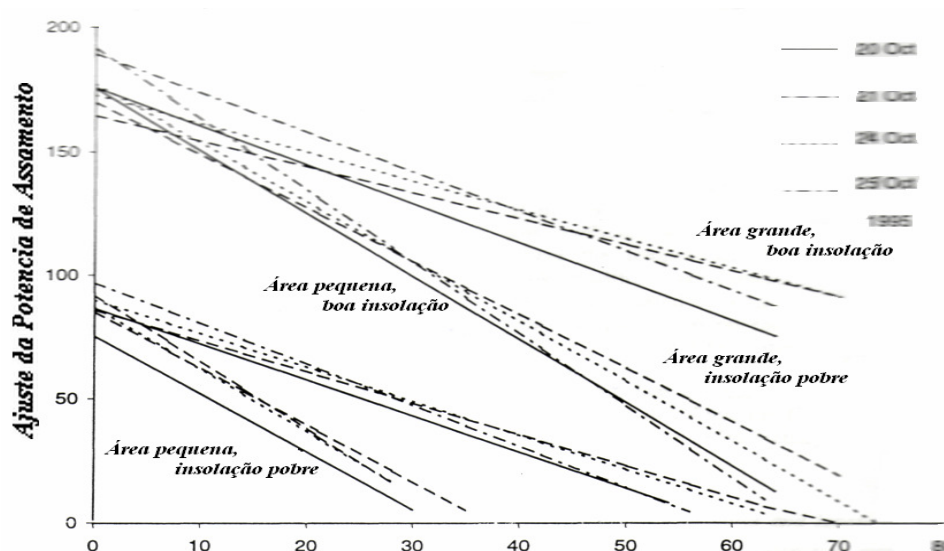
- **Registro** - A média da temperatura da água (°C) de todos os recipientes em um fogão é para ser registrada a cada 10 minutos, para um décimo da medida se

possível. A insolação ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) e a temperatura ambiente são registradas frequentemente. O registro da frequência do manual atende a seguir, se não reportar os ângulos azimute durante o teste. Dizendo a latitude do teste e outros dados. A razão é que dez minutos é um tempo suficiente. Longo para que se tenham baixas flutuações devido à perda de calor à temperatura ambiente e a variabilidade do vento é esperada por ser insignificante. Dez minutos é um tempo muito curto para que devido à variabilidade no ganho de calor para as mudanças graduais no ângulo do Sol possa ser considerada constante durante o intervalo.

- **Calculando a potência de cozimento** - A mudança na temperatura da água, para cada intervalo de 10 minutos pode ser multiplicado pela massa e o calor específico  $4.186,5 \text{ J}/(\text{kgK})$ , da água contida no recipiente. Dividindo este produto pelos 600 segundos correspondentes ao intervalo de dez minutos resulta na potência de assamento em Watts. A razão é que os fogões devem aquecer a comida, e o ganho de calor sensível no recipiente de assamento é a melhor medida da habilidade do fogão para aquecer efetivamente a comida.
- **Calculando a média dos intervalos** - A insolação média, temperatura ambiente média e a temperatura média dos recipientes devem ser encontradas para cada intervalo.
- **A padronização da potência de assamento** - A potencia de assamento para cada intervalo é para ser corrigida para cada padrão de isolação de  $700 \text{ W}/\text{m}^2$  pela multiplicação da potencia de assamento observada por  $700 \text{ W}/\text{m}^2$  e dividindo pela média de insolação registrada durante o intervalo correspondente. Razão: Para facilitar a comparação dos resultados de diferentes locais e tempos.
- **Diferença de temperatura** - A temperatura ambiente para cada intervalo é para ser subtraída da média de temperatura dos recipientes com água para cada intervalo correspondente. Razão: A perda de calor aumenta com a diferença na temperatura entre o interior do fogão solar e a parte externa do fogão a

temperatura dos recipientes de água correlaciona-se com a temperatura do interior do fogão.

- **Traçar** - A padronização da potencia de assamento é para ser traçada contra a diferença de temperatura para cada intervalo de tempo.
- **Regressão** - Uma regressão linear dos pontos *traçados* é usada para encontrar a relação entre a potência de assamento (W) e a diferença de temperatura em termos de interceptação e inclinação (W/°C). No mínimo 30 observações foram requeridas. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) ou proporção da variação na potência de assamento que pode ser atribuída para a relação encontrada pela regressão deverá ser maior que 75 % ou especialmente notada. As razões são que medidas estatísticas de boa qualidade de ajustes para a regressão linear requerem uma favorável e extensa amostra, e erros excessivos de experimento podem invalidar o teste.
- **Medida de desempenho** - O valor da potencia de assamento padronizada é para ser computado para diferenças de temperaturas de 50 °C usando a relação determinada acima. Razão: Um único número em unidades familiares comuns para mais consumidores melhora a facilitação da comparação de diferentes instrumentos. A diferença de temperatura de 50 °C atinge um balanço entre a ênfase excedente acima da potencia de assamento (onde a concentração do forno está mais forte) a estagnação da temperatura (onde os fogões tipo caixa tendem a ser superiores), e está apenas abaixo da temperatura crítica onde o assamento começa a ocorrer, a temperatura quando o fogão tem sucesso ou falhas. Nota: Para produzir etiquetar e vendê-lo na literatura é fortemente recomendado que este número a ser calculado da regressão encontra-se usando números de testes adequados estatisticamente feito por laboratório independente. Enquanto este valor, como avaliação econômica do combustível de um automóvel, não é garantia de desempenho, fornece os consumidores como uma ferramenta útil para a comparação e seleção.



**Figura 4.13.** A comparação das curvas de força de assamento para quatro fogões com dois níveis de área interceptada e perda de calor. O procedimento internacional foi aplicado para dados gravados por mais de quatro dias em 1995.

---

---

## **Capítulo 5**

# **Modelagem do Processo e Análise dos Resultados**

---

---

## 5. Modelagem do Processo e Análise dos Resultados

### 5.1. Modelagem do tempo de cozimento solar realizado num fogão do tipo caixa considerando modelo do objeto semi-infinito

#### 5.1.1. Experimento I – Fogão Tipo Caixa

No fogão tipo caixa da presente dissertação foi assado um bife de frango de 0,02 m de espessura, com temperatura de superfície de uma chapa metálica contida dentro do fogão  $T_s = 155 \text{ }^\circ\text{C}$  (ao meio dia), o bife estava à temperatura inicial a  $4 \text{ }^\circ\text{C}$  e o seu centro deveria atingir  $T_c = 90 \text{ }^\circ\text{C}$  para que ficar bem assado. O bife tem condutividade  $k = 0,55 \text{ W.m}^{-1}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , densidade  $\rho = 1,006 \text{ g.cm}^{-3}$  e calor específico  $C_p = 3,64 \text{ J.g}^{-1}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . A situação descrita nos experimentos é admitida como uma primeira aproximação que o número de Biot tende a infinito, note que se considera em um lado  $T = T_s = 150 \text{ }^\circ\text{C}$  é o mesmo que admitir que  $Bi \rightarrow \infty$  (se  $T_a$  fosse  $T_a = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ ), embora aqui  $Bi = 0,36 \neq \infty$ , definido como  $Bi = hL/k$ ; sendo:

$h$  ( $\text{W.m}^{-2}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ): Coeficiente convectivo de transferência de calor;

$k$  ( $\text{W.m}^{-1}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ): Condutividade térmica do bife ;

$L$  (m): Metade da espessura do bife.

Com o fogão solar proposto nesta dissertação, conseguiu-se em um dos lados do bife a temperatura  $T_{\text{sup}} = 155 \text{ }^\circ\text{C}$ , porém do outro lado havia um coeficiente convectivo  $h = 20 \text{ W.m}^{-2}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Este fogão é usado nas modelagens descritas a seguir. Basicamente são dois tipos de modelagens, em uma considerando que o bife é um objeto semi-infinito e outra na qual o bife é considerado uma placa, para realizar um estudo comparativo entre as modelagens propostas a fim de se obter um modelo significativo que retrate de forma mais precisa os tempos experimentais.

### 5.1.2. Fogão Tipo Caixa com Bife de Frango

#### □ Considerações para a modelagem

Na Tabela 5.1 é apresentada a temperatura no centro geométrico do alimento,  $T_C$ , em função do tempo. O bife está em contato com a superfície aquecida no interior do forno solar. Em 143 min o centro do bife atinge  $T_C = 90\text{ }^\circ\text{C}$ , estando portanto bem cozido. O bife estava inicialmente a  $4\text{ }^\circ\text{C}$ , mas a contagem do tempo no centro do bife foi iniciada somente quando  $T_C = 30,1\text{ }^\circ\text{C}$ , portanto este valor será usado aproximadamente como  $T_1 = 30,1\text{ }^\circ\text{C}$  nos cálculos com a equação apresentada a seguir.

**Tabela 5.1.** Tempo x Temperatura.

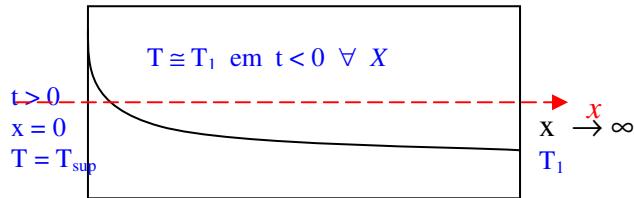
t (hora)	$T_C$ ( $^\circ\text{C}$ )
13: 25'	30,1
13: 30'	38,4
13: 40'	46,0
13: 45'	50,6
14: 00'	56,4
14: 05'	59,6
14: 06'	60,0
14: 13'	63,2
14: 17'	65,0
14: 20'	66,0
14: 27'	67,3
14: 35'	70,6
15: 48'	90,0

→ Fim do cozimento

Para um objeto semi-infinito, com temperatura inicial  $T_1 = 30,1\text{ }^\circ\text{C}$ , que é submetido instantaneamente à temperatura  $T_{\text{sup}}$  em  $x = 0$ , a solução para a temperatura em função do tempo e da posição, é dada por (Luikov, p.91, 1968):

$$\frac{T - T_{\text{sup}}}{T_1 - T_{\text{sup}}} = \text{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right)$$

Um esquema para o objeto semi-infinito é apresentado a seguir, assim como a equação diferencial correspondente.



$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (5.1)$$

- São necessárias três condições de contorno (C.C.), embora a seguir sejam apresentadas quatro condições de contorno. Pode ser usada a terceira ou a quarta condição de contorno e as duas primeiras.

- C.C.1 : em  $t = 0 \longrightarrow T = T_1 \forall x$
- C.C.2 : em  $x = 0 \longrightarrow T = T_{sup}$  para  $t > 0$
- C.C.3 :  $T \longrightarrow T_1$  em  $x \longrightarrow \infty$
- C.C.4 :  $-k \partial T / \partial x \longrightarrow 0$  em  $x \longrightarrow \infty$

A seguir é apresentada uma demonstração da solução já apresentada para a equação diferencial. Por combinação de variáveis:

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \rightarrow f(x,t); \quad \text{solução} \quad T \approx e^{-\eta^2}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} = \frac{\eta}{x} ; \quad \eta = \frac{x \cdot t^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{4\alpha}}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) t^{-\frac{3}{2}}}{\sqrt{4\alpha}} = \frac{-x \cdot t^{-\frac{3}{2}}}{2\sqrt{4\alpha}} = \frac{-x \cdot t^{-1} \cdot t^{-\frac{1}{2}}}{2\sqrt{4\alpha}} = \frac{-x}{2t\sqrt{4\alpha t}} = \frac{-\eta}{2t}$$

Para a equação (5.1), se tem:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta} \cdot \frac{d\eta}{dt} = \frac{dT}{d\eta} \cdot \frac{-\eta}{2t} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{-\eta}{2t} \cdot \frac{dT}{d\eta} \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta} \cdot \frac{d\eta}{dx} = \frac{dT}{d\eta} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} \cdot \frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right] \cdot \frac{d\eta}{dx} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} \cdot \frac{d}{d\eta} \left( \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} \cdot \frac{dT}{d\eta} \right) = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} = \frac{1}{4\alpha t} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{4\alpha t} \cdot \frac{d^2 T}{d\eta^2} \quad (5.3)$$

Substituindo a Eq.(5.2) e (5.3) em (5.1):

$$\frac{-\eta}{2t} \cdot \frac{dT}{d\eta} = \alpha \cdot \frac{1}{4\alpha t} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \Rightarrow \frac{\eta}{2t} \cdot \frac{dT}{d\eta} = -\alpha \cdot \frac{1}{4\alpha t} \cdot \frac{d^2 T}{d\eta^2}$$

$$-\frac{4t\eta}{2t} \cdot \frac{dT}{d\eta} = \frac{d^2 T}{d\eta^2} + 2\eta \cdot \frac{dT}{d\eta} = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\eta} \left( \frac{dT}{d\eta} \right) = -2\eta \frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\frac{d}{d\eta} \left( \frac{dT}{d\eta} \right)}{\frac{dT}{d\eta}} = -2\eta \Rightarrow \int \frac{d \left( \frac{dT}{d\eta} \right)}{\left( \frac{dT}{d\eta} \right)} = \int -2\eta \cdot d\eta;$$

Fazendo:

$$\frac{dT}{d\eta} = y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int -2\eta \cdot d\eta \Rightarrow \ln y = -\eta^2 + c_1,$$

Substituindo:

$$\frac{dT}{d\eta} = y$$

$$\ln\left(\frac{dT}{d\eta}\right) = -\eta^2 + c_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{d\eta} = c_1' \cdot e^{-\eta^2} \quad \Rightarrow \quad dt = c_1' \cdot e^{-\eta^2} \cdot d\eta;$$

Integrando:

$$T = c_1' \cdot \int_0^{\eta} e^{-\eta^2} \cdot d\eta + c_2 \quad (5.4)$$

C.C.2. Para  $x = 0$ ;  $T = T_{\text{sup}}$  :

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} = \frac{0}{\sqrt{4\alpha t}} = 0$$

Substituindo na equação (5.4):

$$T_{\text{sup}} = c_1' \cdot \int_0^{\eta=0} e^{-\eta^2} \cdot d\eta + c_2 \quad \Rightarrow \quad T_{\text{sup}} = c_2$$

C.C.2. Para  $t = 0$ ;  $T = T_1 \quad \forall x$

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \quad \Rightarrow \quad \eta \rightarrow \infty$$

com  $c_2 = T_{\text{sup}}$ , substituindo  $\eta \rightarrow \infty$  para  $T = T_1$ , na equação 5.4.

$$T_1 = c_1' \cdot \underbrace{\int_0^{\infty} e^{-\eta^2} \cdot d\eta}_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} + T_{\text{sup}} \quad \Rightarrow \quad T_1 = c_1' \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} + T_{\text{sup}}$$

$$c_1' = \frac{(T_1 - T_{\text{sup}})2}{\sqrt{\pi}}$$

Portanto, obtém-se:

$$T = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (T_1 - T_{\text{sup}}) \int e^{-\eta^2} \cdot d\eta + T_{\text{sup}}$$

$$T = (T_1 - T_{\text{sup}}) \cdot \text{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right) + T_{\text{sup}}$$

$$\frac{(T - T_{\text{sup}})}{(T_1 - T_{\text{sup}})} = \text{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right) \quad (5.5)$$

Com esta equação é possível calcular o tempo  $t$  necessário para cozinhar o bife, a partir da posição escolhida  $x$  e da temperatura  $T$ , usando o modelo de bife considerado como objeto semi-infinito.

São apresentados em Anexos:

- Valores da função erro de Gauss, erf, obtida do livro de Incropera e De Witt (1996), da pág.475. Estes valores de erf estão em função do argumento  $x/(4\alpha t)$ .

Aplicando o modelo para o fogão solar estudado, obtém-se:

$$\frac{T(x, t) - T_{\text{Superfície}}}{T_1 - T_{\text{Superfície}}} = \text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right)$$

Os principais dados para os cálculos para modelagem do sistema considerando-o como objeto semi-infinito, em um fogão solar tipo caixa, são apresentados a seguir:

<b>Bife</b> = espessura = $2L = 0,02 \text{ m}$	<b>k</b> = $0,55 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$
<b>T<sub>sup</sub></b> = $155 \text{ } ^\circ\text{C}$	<b><math>\rho</math></b> = $1,006 \text{ g/cm}^3$
<b>T<sub>1</sub></b> = $30,1 \text{ } ^\circ\text{C}$	<b>C<sub>p</sub></b> = $3,64 \text{ J/(g} \cdot ^\circ\text{C)}$
<b>T<sub>central</sub></b> = $90 \text{ } ^\circ\text{C}$	

Designando:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p} \Rightarrow \alpha = \frac{0,55 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}}{\left( 1,006 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \frac{10^6 \text{cm}^3}{1 \text{m}^3} \right) \cdot \left( 3,64 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right)}$$

Sendo:

$$[W] \equiv \frac{\text{Joule}}{s}$$

$$[W] = \text{Watt}$$

Usando a definição, pela análise das dimensões, se obtém:

$$?m^3 \rightarrow 1cm^3 \cdot \frac{1m^3}{10^6 cm^3} = 10^{-6} m^3$$

$$1 m = 100 cm = 10^2 cm$$

$$(1m^3) = (10^2 cm)^3$$

$$1m^3 = 10^6 cm^3$$

Portanto:

$$\alpha = \frac{0,55 \frac{J}{s \cdot m \cdot ^\circ C}}{(1,006 g) \times \left( 3,64 \frac{J}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \frac{10^6}{m^3}}$$

$$\alpha = \frac{0,55}{\frac{s}{3,66184 \cdot 10^6 m^2}}$$

$$\alpha = \left( \frac{0,55}{s} \right) \times \left( \frac{m^2}{3,66 \cdot 10^6} \right)$$

$$\alpha = 0,15 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s} \rightarrow \alpha \cong 1,5 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

O bife tem  $2L = 2$  cm de espessura, portanto se pode calcular o tempo para que o seu centro,  $x = 0,01$  m, chegue à temperatura  $T = 90$  °C e o resultado é um tempo muito pequeno. Isto ocorre porque o bife na realidade não é um objeto semi-infinito (muito espesso). Portanto, uma melhor aproximação é admitir que se quer calcular a temperatura para que a outra borda dele,  $x = 0,02$  m, chegue à  $T = 90$  °C. Usando o modelo de transferência de calor para o sistema, se obtém:

$$\frac{90-155}{30,1-155} = \operatorname{erf}\left(\frac{0,02}{2\sqrt{1,5 \times 10^{-7} \cdot t_2}}\right)$$

$$0,52 = \operatorname{erf}\left(\frac{0,02}{2\sqrt{1,5 \times 10^{-7} \cdot t_2}}\right)$$

$$(0,4996)^2 = \left(\frac{10^{-2}}{\sqrt{1,5 \times 10^{-7} \cdot t_2}}\right)^2$$

$$\frac{666,66}{t_2} = 0,2946$$

$$t_2 \cong 2.670,6 \text{ s.}$$

$$t_2 \cong 44,5 \text{ min}$$

A partir da função erro de Gauss versus seu argumento  $x/(4\alpha t)$ , que estão presentes nos Anexos desta dissertação, foi obtido o valor do argumento  $x/(4\alpha t) = 0,4996$ , por interpolação linear.

w	erf(w)
0,48	0,50275
$X_1$	0,52
0,52	0,53790

Como é destacado antes, a partir do valor da função erro  $\operatorname{erf}\{x/(4\alpha t)\} = 0,52$  se obtém por interpolação do Apêndice, com argumento  $x/(4\alpha t) = 0,4996$  e deste valor resulta o tempo  $t = 44,5$  min. Logo, estimando-se o tempo de cozimento para o fogão solar proposto, supondo que o bife é um objeto semi-infinito:

$$t_{\text{total}} = 44,5 \text{ min}$$

Este tempo calculado é muito menor que o experimental,  $t_{\text{exper}} = 143$  min. Pelo menos quatro motivos podem explicar esta diferença:

- O primeiro é que o modelo de objeto semi-infinito em geral não dá bons resultados para objetos de pequena espessura, como é o bife, com  $2L = 0,02$  m.
- O outro motivo é que durante o processo de assar o bife, parte da água é evaporada, por exemplo, a  $90$  °C, consumindo energia do calor latente de vaporização da água

no bife. Portanto, se necessita incluir no calor específico global uma parte que contemple este gasto energético, aumentando o tempo calculado para assar.

- c) O terceiro motivo é que quando diminui a concentração aquosa no alimento, geralmente diminui a sua condutividade térmica e também o seu calor específico ( $mC_p\Delta T$ ) relativo à diferença de temperatura, assim como também pode ser modificado o valor da densidade. Todos estes parâmetros influenciam no tempo calculado para assar o alimento.
- d) O quarto motivo é que há um perfil de temperatura no objeto semi-infinito, no início do processo de aquecimento, o qual não foi considerado e por isto o tempo calculado seria diferente.

Como não foi avaliado experimentalmente, se admite que evapora 10 % do peso do bife, considerando que o material evaporado é somente água e que o bife estava a uma temperatura média inicial 30,1 °C e final  $T = 90$  °C, o calor específico global médio resulta:

$$C_{P(\text{médio do bife})} = \frac{C_{P1} \cdot (T_{M2} - T_{M1}) + \Delta H_{(\text{vaporização da água})} \times 10 \% (\text{perda d'água/massa inicial do alimento})}{(T_{M2} - T_{M1})}$$

Para uma temperatura de 90 °C, o calor latente de vaporização da água (Heldman e Singh, 1981) é:

$$\Delta H_{\text{vaporização da água}} = (2.660,1 - 376,92) \frac{\text{Joule}}{\text{g}} = 2.283.180,0 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Embora o calor latente de vaporização de água em um alimento seja muito maior que o da água pura, como primeira aproximação, será admitido que estes dois valores são iguais. Portanto o calor específico médio do bife, resulta:

$$C_{P(\text{médio do bife})} = \frac{3.640 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot (90 - 30,1)^\circ\text{C} + 2.283.180,0 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \times 0,10 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}}{(90 - 30,1)^\circ\text{C}} = 7,45 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

Com este novo valor de  $C_{p\text{médio}}$ , a difusividade térmica é:

$$\alpha = \frac{0,55 \frac{J}{s.m.^{\circ}C}}{(1,006g) \times \left(7,45 \frac{J}{g.^{\circ}C}\right) \cdot \frac{10^6}{m^3}} = 0,73 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

Recalculando a função erro resulta:

$$\frac{90-155}{30,1-155} = erf\left(\frac{0,02}{2\sqrt{0,73 \times 10^{-7} \cdot t_2}}\right)$$

$$0,52 = erf\left(\frac{0,02}{2\sqrt{0,73 \times 10^{-7} \cdot t_2}}\right)$$

$$(0,4996)^2 = \left(\frac{10^{-2}}{\sqrt{0,73 \times 10^{-7} \cdot t_2}}\right)^2$$

$$\frac{1,369,9}{t_2} = 0,2946$$

$$t_2 \cong 4.649,9 \text{ s.}$$

$$t_2 \cong 77,5 \text{ min}$$

Este tempo  $t = 77,5 \text{ min}$  é muito superior ao valor calculado antes  $t_{\text{total}} = 44,5 \text{ min}$ , mas ainda é muito menor que o tempo experimental  $t_{\text{exper}} = 143 \text{ min}$ . Se fosse conhecida a massa experimental de água evaporada do bife, então seria possível avaliar com melhor precisão o tempo para assá-lo, mas infelizmente não a massa evaporada não foi obtida de experimentos. Conclui-se que o modelo de objeto semi-infinito não é coerente com a geometria do bife, que é de pequena espessura.

Além disto, no modelo de objeto semi-infinito poderia ser incluído um termo de geração de energia ( $W/m^3$ ) correspondente à energia vinda do Sol e que é absorvida pelo objeto em forma de radiação. Com isto, o modelo resultante se tornaria diferente e seria possível obter temperaturas no objeto superiores à temperatura do ambiente (Luikov, 1968). Este tipo de modelo é discutido nesta dissertação, tanto para um bife considerado como uma placa e para um pão-de-queijo que é analisado como uma esfera.

## 5.2. Modelagem do tempo de cozimento solar realizado num fogão do tipo caixa considerando modelo da placa plana

São realizados a seguir a modelagem e o cálculo do tempo de cozimento, para compará-lo com o tempo experimental que é  $t = 143$  min. Portanto:

- a) Avaliou-se o tempo para que um objeto placa (bife), com temperatura inicial  $T_1 = 30,1$  °C, para que o seu centro atingisse a temperatura  $T_c = 90$  °C;

Usando a condição de simetria em  $x = 0$ , para a condução de calor, e condições de contorno convectivas iguais em ambas faces citadas antes, resultam as equações básicas de cálculo da temperatura em uma placa  $T$ , em função do tempo  $t$  e da posição  $x$ , que são dadas por (Luikov, p.223, 1968):

### Modelo da placa plana, sem termo de geração de energia:

$$\frac{T-T_a}{T_1-T_a} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{\mu_n x}{L}\right) \exp\left(\frac{-\mu_n^2 \alpha t}{L^2}\right) \quad \{temperatura T = f(x,t)\} \quad (5.6)$$

$$A_n = \frac{2 \operatorname{sen}(\mu_n)}{\mu_n + \operatorname{sen}(\mu_n) \cdot \cos(\mu_n)} \quad (\text{parâmetro}) \quad (5.7)$$

$$\mu_n \cdot \tan(\mu_n) = \text{Bi} \quad (\text{equação de autovalores}) \quad (5.8)$$

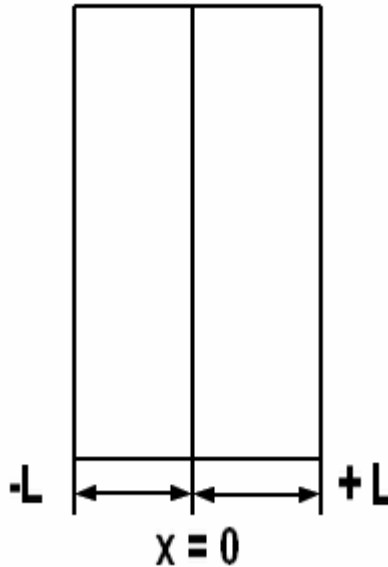
Com a equação (5.6) é possível calcular o tempo  $t$  necessário para cozinhar o bife, a partir da posição escolhida  $x$  e da temperatura  $T$ , usando o modelo de bife considerado como uma placa. A equação de autovalores é uma equação auxiliar para cálculo.

### Considerações para demonstração para Biot tendendo a infinito:

No modelo da placa plana de transferência de calor se considera que, para números de Fourier  $> 02$ , é suficiente usar o primeiro termo da série solução da equação de Fourier para o objeto considerado.

No entanto, a precisão dos cálculos depende do número de Fourier e da faixa de números de Biot,  $Bi = \frac{h.L}{k}$ .

Para fixar as idéias, supõe-se que se tem a solução para o centro de uma placa de espessura  $2L$ , conforme mostrado na Figura 5.1:



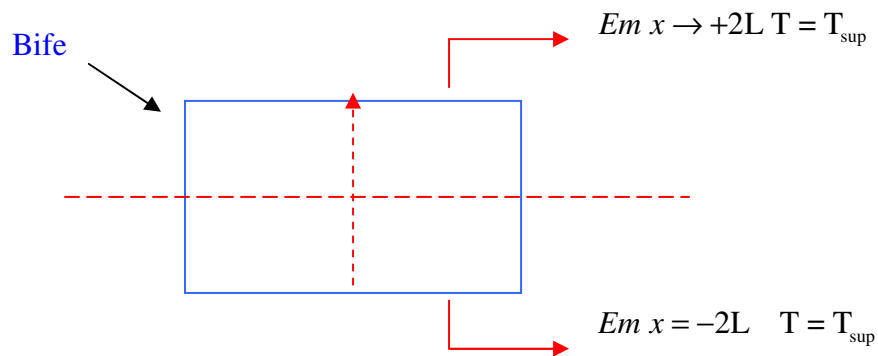
**Figura 5.1. Modelo da placa para o bife de frango em estudo.**

Já foi apresentada a distribuição de temperatura para a placa em estudo, dada pela equação (5.6) e aqui é apresentada uma forma simplificada dela quando  $Bi \rightarrow \infty$ . Esta simplificação é usada para incorporar a condição de contorno  $T_{\text{sup}} = 155 \text{ }^\circ\text{C}$  em ambas faces da placa.

**Ou seja, o esquema para o modelo de bife analisado é:**

Na modelagem para uma placa foi feito um artifício, usando a espessura do bife de frango duplicada, ou seja  $2L$  se transforma em  $4L$ , conforme o esquema fenomenológico de transferência de calor proposto a seguir. Com este artifício é como se no novo centro do bife não houvesse transferência de calor. Na realidade o que acontece é que se um dos lados do bife é mantido sobre uma superfície a uma temperatura muito grande  $T_{\text{sup}} \gg T_\infty$  e o outro lado do bife está submetido a um

ambiente a  $T_\infty$  e um pequeno coeficiente convectivo, então a transferência de energia neste lado pode ser desprezível em relação ao outro lado. Ou seja, é como se nesta superfície não houvesse transferência de energia ou que está isolado termicamente. Com estas considerações o esquema do bife duplicado, fica:



Partindo da equação diferencial para o fenômeno, é possível obter a solução para  $Bi \rightarrow \infty$ , como uma simplificação, a partir da condição de contorno convectiva, que se transforma em uma condição de temperatura constante na superfície:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.9)$$

Onde:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p}$$

E as condições de contorno são:

$$\begin{cases} T(x,0) = T_1 \\ T(L,t) = T_{sup} \\ T(-L,t) = T_{sup} \end{cases}$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação (5.9), se obtém:

$$\frac{d^2 \bar{T}(x,p)}{dx^2} = \frac{1}{\alpha} [p \cdot \bar{T}(x,p) - T(x,0)]$$

$$\frac{d^2 \bar{T}(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{\alpha} \cdot \bar{T}(x, p) = \frac{-T(x, 0)}{\alpha}$$

Substituindo a condição inicial:

$$\frac{d^2 \bar{T}(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{\alpha} \cdot \bar{T}(x, p) = \frac{-T_1}{\alpha} \quad (5.10)$$

E então, resolvendo a EDO (equação diferencial ordinária) acima, obtém-se:

- Para a parte homogênea da EDO:

$$\frac{d^2 \bar{T}(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{\alpha} \cdot \bar{T}(x, p) = 0$$

$$r^2 = \frac{p}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad r = \pm \sqrt{\frac{p}{\alpha}}$$

$$\bar{T}_{Homogênea}(x, p) = C_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot x} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot x}$$

E para a solução particular da EDO:

$$F(x) = \frac{T_1}{\alpha}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = \{1\} \\ \bar{T}_{Particular}(x, p) = A \\ \bar{T}'_{Particular}(x, p) = 0 \\ \bar{T}''_{Particular}(x, p) = 0 \end{array} \right. \quad \text{Sabendo que :} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{T_1}{p} \quad ; \quad \bar{T}_{Particular} = \frac{T_1}{p} \\ e \\ \bar{T} = \bar{T}_{Homogênea} + \bar{T}_{Particular} \end{array} \right.$$

Então:

$$\bar{T}(x, p) = C_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot x} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot x} + \frac{T_1}{p} \quad (5.11)$$

Substituindo as condições de contorno, obtém-se:

$$\bar{T}(L, t) = C_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} + \frac{T_1}{p} = \frac{T_{\text{sup}}}{p}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T}(L, t) = \frac{T_{\text{sup}}}{p} \\ \bar{T}(-L, t) = \frac{T_{\text{sup}}}{p} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} C_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} = \frac{T_{\text{sup}} - T_1}{p} \\ \bar{T}(-L, t) = C_1 \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} + C_2 \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} + \frac{T_1}{p} = \frac{T_{\text{sup}}}{p} \end{array} \right. \quad (5.12)$$

$$C_1 \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} + C_2 \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} = \frac{T_{\text{sup}} - T_1}{p} \quad (5.13)$$

Somando-se as equações (5.12) e (5.13), realizando os algebrismos necessários, se obtém:

$$C_1 + C_2 = \frac{1}{\cosh \cdot \sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} \cdot \left( \frac{T_{\text{sup}} - T_1}{p} \right)$$

Fazendo agora a subtração das equações (5.12) e (5.13):

$$C_1 \cdot \left( e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} - e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} \right) - C_2 \cdot \left( e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} - e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} \right) = 0$$

$$(C_1 - C_2) \cdot \left( e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} - e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} \right) = 0$$

$$C_1 = C_2$$

Portanto:

$$C_1 = \frac{T_{\text{sup}} - T_1}{2p} \cdot \frac{1}{\cosh \cdot \sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L}$$

Substituindo na equação (5.11):

$$\bar{T}(x, p) = \frac{T_{\text{sup}} - T_1}{2p} \cdot \frac{1}{\cosh \cdot \sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} \cdot e^{\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot x} + \frac{T_{\text{sup}} - T_1}{2p} \cdot \frac{1}{\cosh \cdot \sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot L} \cdot e^{-\sqrt{\frac{p}{\alpha}} \cdot x} + \frac{T_1}{p}$$

Logo, resulta:

$$\frac{T - T_1}{T_{\text{sup}} - T_1} - 1 = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} K$$

$$\frac{T - T_1 - T_{\text{sup}} + T_1}{T_{\text{sup}} - T_1} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} K$$

$$\frac{T - T_{\text{sup}}}{T_1 - T_{\text{sup}}} = -\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \cdot \cos \left[ \frac{(2n-1) \cdot \pi \cdot x}{2L} \right] \exp \left[ \frac{-(2n-1)^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha \cdot t}{4L^2} \right] \quad (5.14)$$

A equação anterior serve para calcular a temperatura  $T = f(x;t)$  de uma placa, admitindo que  $Bi \rightarrow \infty$ . Na equação (5.14) os primeiros autovalores são  $\mu_1 = \pi/2 = 1,5708$ ,  $\mu_2 = 3\pi/2 = 4,7124$ ; os quais são reproduzidos nos *Anexos*.

Onde:

$$\frac{\alpha \cdot t}{L^2} = F_0 \quad \therefore \text{Número de Fourier}$$

São apresentados em *Anexos*:

- As quatro primeiras raízes da função:  $Bi = \mu \cdot \tan(\mu)$ , obtidas do livro de Incropera e De Witt (1996), pág. 476; que incluem os autovalores  $\mu$  para  $Bi \rightarrow \infty$ .

Os principais dados para modelagem do sistema, admitindo o bife como uma placa, depois de dobrada a sua espessura, o qual é cozido em um fogão tipo caixa, são apresentados a seguir:

**Bife** = espessura =  $2L = 2(0,02 \text{ m}) = 0,04 \text{ m}$   
 $T_{\text{sup}} = 155 \text{ }^\circ\text{C}$   
 $T_1 = 30,1 \text{ }^\circ\text{C}$   
 $T_c = 90 \text{ }^\circ\text{C}$   
 $k = 0,55 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$   
 $\rho = 1,006 \text{ g/cm}^3$   
 $C_p = 3,64 \text{ J/(g}\cdot^\circ\text{C)}$

Para o centro da placa  $x = 0$ , usando somente o primeiro termo,  $n = 1$ ,  $\mu_1 = \pi/2 = 1,5708$  e da equação (5.14), como  $2L = 0,04 \text{ m}$ ,  $L = 0,02 \text{ m}$ , resulta:

$$\cos(0) = 1 \text{ (para } x = 0\text{m)}$$

$$\frac{T - T_{\text{sup}}}{T_1 - T_{\text{sup}}} = \sum_{n=1}^{\infty} An \underbrace{\cos\left(\mu_n \frac{x}{L}\right)}_{\substack{\text{red arrow} \\ \text{to } \cos(0) = 1}} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha t}{L^2}\right)$$

$$\frac{90 - 155}{30,1 - 155} = 0,52 = \frac{4}{\pi} \cdot \exp\left[-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot \frac{1,5 \cdot 10^{-7} t}{0,02^2}\right]$$

$$\ln\left[\exp\left(-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot \frac{1,5 \cdot 10^{-7} t}{0,02^2}\right)\right] = \ln\left(\frac{0,52}{\frac{4}{\pi}}\right)$$

$$t = 966,9 \text{ s} \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 16,1 \text{ min}$$

Como o número de Fourier  $Fo = 0,36$  é necessário usar somente o primeiro termo da série. Este tempo  $t = 16,1 \text{ min}$  é extremamente pequeno porque se considerou que na superfície a temperatura era  $T_{\text{sup}} = 155 \text{ }^\circ\text{C}$ , com  $Bi \rightarrow \infty$ , o que diminui o tempo

para assar em relação a uma condição de contorno convectiva, com pequeno  $h$  e pequena  $T_{\infty}$ .

Admitindo, como foi feito no modelo do objeto semi-infinito, que evapore 10 % do peso do bife, considerando que o material evaporado é somente água e que o bife estava a uma temperatura média inicial  $30,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  e final  $T = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$ , o calor específico global médio é:

$$C_{P(\text{médio do bife})} = \frac{3.640 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} \cdot (90 - 30,1)^{\circ}\text{C} + 2.283.180,0 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \times 0,10 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}}{(90 - 30,1)^{\circ}\text{C}} = 7,45 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$$

Com este novo valor de  $C_{p\text{médio}}$ , recalculando a difusividade térmica, resulta:

$$\alpha = \frac{0,55 \frac{\text{J}}{\text{s.m.}^{\circ}\text{C}}}{(1,006\text{g}) \cdot x \left( 7,45 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} \right) \cdot \frac{10^6}{\text{m}^3}} = 0,73 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Recalculando o tempo, resulta:

$$\frac{90 - 155}{30,1 - 155} = 0,52 = \frac{4}{\pi} \cdot \exp \left( - \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \cdot \frac{0,73 \times 10^{-7} t}{0,02^2} \right)$$

$$t = 1.986,9 \text{ s} = 33,1 \text{ min}$$

Este tempo calculado  $t = 33,1 \text{ min}$  é muito menor que o valor experimental. Portanto, conforme os resultados obtidos com o estudo dos modelos da placa plana e do sólido semi-infinito, o tempo calculado com o modelo sólido semi-infinito comparado com o tempo experimental do forno solar apresenta maior acurácia em relação ao modelo da placa plana. Mas, mesmo assim, nenhum dos dois modelos apresentou bons resultados em relação ao valor experimental.

Nas próximas *seções* são discutidos modelos, por exemplo, para um pão de queijo considerado como uma esfera, considerando, além do mencionado antes, também um termo de geração de energia, representado pelo fluxo de energia que entra na superfície do pão, vindo do Sol. Com este novo modelo os valores calculados se aproximam bem mais dos resultados experimentais.

### 5.3. Programa em Matlab empregado como auxiliar no cálculo da função erro, com um argumento conhecido, segundo a expansão da série de potências

Em *Anexo* apresenta-se um programa em Matlab empregado como auxiliar da função erro, quando for usada a solução para sólido semi-infinito.

Como já foi visto, o modelo proposto para um objeto semi-infinito é da forma:

$$\frac{T - T_a}{T_1 - T_a} = \text{erf} \left[ \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right], \quad \text{com } \alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

Por definição:

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du \quad (5.17)$$

A solução dada na equação (5.17) é uma série. Pode-se mostrar que a função  $\text{erf}(z)$  definida acima através de uma integral pode ser expandida em uma série infinita, sendo a função  $f(u) = \exp(-u^2)$  uma função contínua no intervalo  $(-\infty, +\infty)$ . Considerando a série, como destacado nas duas equações seguintes:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( z - \frac{z^3}{3 \cdot 1!} + \frac{z^5}{5 \cdot 2!} - \frac{z^7}{7 \cdot 3!} + \frac{z^9}{9 \cdot 4!} - \frac{z^{11}}{11 \cdot 5!} + K \right)$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot z^{(2n-1)}}{(2n-1) \cdot (n-1)!}$$

Em *Anexo* apresenta-se a dedução desta equação.

## 5.4 Dados experimentais do pão de queijo no fogão solar tipo caixa

### 5.4.1. Data do Experimento: 17/04/2007

Início do experimento: 11:35' da manhã

Massa total dos pães: 400 g



**Figuras 5.2.** Pão de queijo

**Tabela 5.2.** Tempo versus Temperatura para assamento do pão de queijo

Tempo (h)	Temperatura (°C)
11:35	20
12:07	65



Fim do cozimento dos pães T = 65 °C

**Tempo total: 32 minutos**

### **5.5. Modelagem da temperatura de assamento de pão de queijo (centro do alimento) no fogão solar tipo caixa considerando o pão de queijo como uma esfera, mas o sem termo de geração de energia**

Segundo dados de (Kowalski, 2001), a densidade aparente para pães foi calculada da relação entre massa e volume medidos, resultando nos seguintes valores médios experimentais:

- Densidade aparente ( $\rho_{ap}$ ) = 0,174 g/cm<sup>3</sup>
- Conteúdo de água médio ( $C_{p\grave{a}o}$ )  $\equiv$  30,85 %
- A análise de regressão do modelo polinomial para ajuste dos valores de condutividade térmica foi aplicada em função do conteúdo de água e da densidade aparente. A equação do modelo ajustado por Kowalski (2001) foi:

$$R^2 = 0,9895$$

$$\ln k = - 0134165.C_A - 0,00205149.\rho_{ap} + 0,00248243.C_A^2 + 2,295917.10^{-6}.\rho_{ap}^2$$

$$28,25 \% \leq C_A \leq 45,70 \%$$

$$0,174 \text{ g/cm}^3 \leq \rho_{ap} \leq 0,657 \text{ g/cm}^3$$

Onde:

**k** é a condutividade térmica [**W/(mK)**];

$C_A$  é o conteúdo de água (%);

$\rho_{ap}$  é uma densidade aparente ( $\text{g/cm}^3$ ).

- Utilizando os valores médios da densidade aparente ( $\rho_{ap}$ ) e do conteúdo de água pôde-se avaliar a condutividade térmica do ( $C_{p\tilde{a}o}$ ), térmica do pão, utilizando a equação de regressão:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho_{ap}) = 0,174 \text{ g/cm}^3 \\ (C_{p\tilde{a}o}) = 30,85 \% \end{array} \right.$$

Com os dados, obtém-se:

$$\ln k = - 0,134165(30,85) - 0,00205149(0,174) + 0,00248243(30,85)^2 + 2,295917 \cdot 10^{-6} \cdot (0,174)^2$$

Resolvendo, obtém-se a condutividade térmica do pão:

$$k_{p\tilde{a}o} \equiv 0,169 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$$

Conforme já foi exposto, para propor a modelagem da temperatura de assamento no centro do pão de queijo considera-se o pão como uma esfera, de 2 cm de diâmetro, de condutividade térmica [ $k \equiv 0,169 \text{ W/(mK)}$ ], estava inicialmente à temperatura  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , e foi submetida a um ambiente dentro do forno, com  $T_a = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ , estabelecendo-se um número de  $Bi = h_{global} R/k$ .

Sendo:

$h_{global} = 16 \text{ Wm}^{-2}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ : Coeficiente convectivo de transferência de calor + coeficiente referente à radiação =  $h_{conv} + h_{rad}$ ;

$k_{p\tilde{a}o} (\text{Wm}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1})$ : Condutividade térmica do material constituinte da esfera (pão);

$R (\text{m})$  = Raio da esfera (ou raio do pão = 0,01 m);

$\alpha_{\text{médio, pão}} = 3,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , difusividade térmica (Rahman, 1995)

Onde :

$$\alpha_{\text{pão}} = \frac{k_{\text{pão}}}{\rho_{\text{pão}} \cdot C p_{\text{pão}}} = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

Para o cálculo da temperatura de assamento do pão ( $T_c$ , no centro do pão) nestas condições experimentais, será calculada a temperatura no centro da esfera ou do pão, para número de Fourier ( $F_{oc} = \alpha \cdot t / R^2$ ), usando dois termos da série-solução.

- Usando a condição de simetria radial para a condução de calor, com convecção na superfície da esfera, sem o termo de geração, resultam as equações básicas de cálculo da temperatura em uma esfera,  $T$ , em função do tempo,  $t$ , e da posição radial,  $r$ , que são:

$$\frac{T - T_a}{T_1 - T_a} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{\mu_n \cdot r}{R}\right)}{\mu_n \cdot \frac{r}{R}} \cdot \exp\left(-\mu_n^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t}{R^2}\right) \quad [\text{Temperatura } T = f(r, t)]$$

$$C_n = \frac{4 \cdot [\text{sen}(\mu_n) - \mu_n \cdot \cos(\mu_n)]}{2 \cdot \mu_n - \text{sen}(2\mu_n)} \quad [\text{Parâmetro}]$$

$$1 - \mu_n \cdot \cot g(\mu_n) = Bi \quad [\text{Equação de Autovalores}]$$

**Cálculo dos números de Biot  $Bi_c$  e de Fourier  $F_{o,c}$  para o pão, para  $t_{\text{exper}} = 32$  min = 1920 s:**

$$Bi_c = \frac{h_{\text{global}} \cdot R_{\text{pão}}}{k_{\text{pão}}};$$

Onde:

$$h_{\text{global}} = h_{\text{radiação}} + h_{\text{convecção}}$$

$$Bi_c = \frac{16 \frac{W}{m^2 \cdot k} \cdot 0,01m}{0,169 \frac{W}{m \cdot k}}$$

$$Bi_c \cong 0,947$$

$$F_{oc} = \left( \frac{\alpha_{p\tilde{a}o} \cdot t_{experimental}}{R_{p\tilde{a}o}^2} \right)$$

$$F_{oc} = \left( \frac{3,0 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s} \cdot 1920 \text{seg}}{(0,01m)^2} \right)$$

$$F_{oc} \cong 5,76$$

Portanto, nestas condições experimentais, para  $0,1 < Bi_c < 100$ , tem-se um número de Biot intermediário, ou seja, o processo de assamento do alimento, é regido pelas resistências interna e externa de transferência de energia.

### Os principais dados usados na modelagem são:

Início do experimento: 11: 35'

Final do experimento: 12 : 07'

$$k_{p\tilde{a}o} \cong 0,169 \text{ W/(mK)}$$

$$\rho_{ap} = 0,174 \text{ g/cm}^3 = 174 \text{ kg/m}^3$$

$$T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_a = 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_{c\text{final}} = 65 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{(experimental \text{ de assamento do p\tilde{a}o de queijo})} = 32 \text{ min.} \rightarrow t = 1920 \text{ s.}$$

$T_c = ?$  (temperatura no centro do p\tilde{a}o de queijo, considerando como uma esfera)

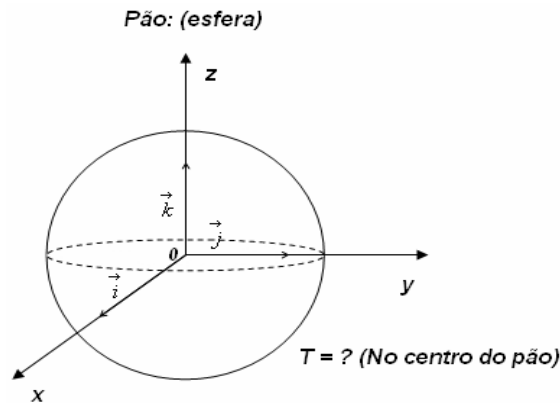
$$Bi_c = \frac{h \cdot R}{k}$$

$$F_{oc} = \frac{\alpha \cdot t}{R^2} = 5,76$$

$$\alpha_{p\tilde{a}o} = \frac{k_{p\tilde{a}o}}{\rho_{p\tilde{a}o} \cdot Cp_{p\tilde{a}o}} \quad \therefore \quad \alpha_{\text{m\acute{e}dio, p\tilde{a}o}} = 3,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Cp_{p\tilde{a}o} = \frac{k_{p\tilde{a}o}}{(\alpha_{p\tilde{a}o} \times \rho_{p\tilde{a}o})} = \frac{0,169}{174 \times 30 \times 10^{-7}} \cong 3.237,55 \frac{\text{Joule}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

**Equação de Autovalores:**



$$1 - \mu_n \cdot \cot g(\mu_n) = Bi$$

$$1 - \mu_n \cdot \cot g(\mu_n) = 0,947$$

$$\mu_n \cdot \cot g(\mu_n) = 1 - 0,9467$$

$$\mu_n \cdot \left[ \frac{\cos(\mu_n)}{\text{sen}(\mu_n)} \right] = 0,05325 \quad (5.18)$$

Resolvendo para a variável  $\mu_n$  a equação transcendental, denotada por (5.18), obtêm-se as seguintes raízes em radianos:  $\mu_1 = 1,536 (\equiv 44,01^\circ)$ ;  $\mu_2 = 4,701 (\equiv 44,01^\circ + 180^\circ)$ .

Portanto, para os dois primeiros termos da série:

$$\frac{T - T_a}{T_1 - T_a} = \sum_{n=1}^2 C_n \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{\mu_n \cdot r}{R}\right)}{\mu_n \cdot \frac{r}{R}} \cdot \exp\left(-\mu_n^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t}{R^2}\right)$$

Substituindo os valores experimentais obtidos na equação da temperatura para o cálculo da temperatura de assamento do pão no “forno solar” do tipo caixa, no centro:

Para ( $r = 0$ )

$$\frac{(T_c - 50)^\circ C}{(20 - 50)^\circ C} = \sum_{n=1}^2 C_n \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{\mu_n \cdot r}{R}\right)}{\mu_n \cdot \frac{r}{R}} \cdot \exp\left(-\mu_n^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t}{R^2}\right) \quad (5.19)$$

Sendo:

$r = 0$  (no centro do pão)

$\alpha$  médio, pão =  $3,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  (Rahman, 1995)

Cálculo dos parâmetros  $C_1$  e  $C_2$  utilizando a equação dos parâmetros:

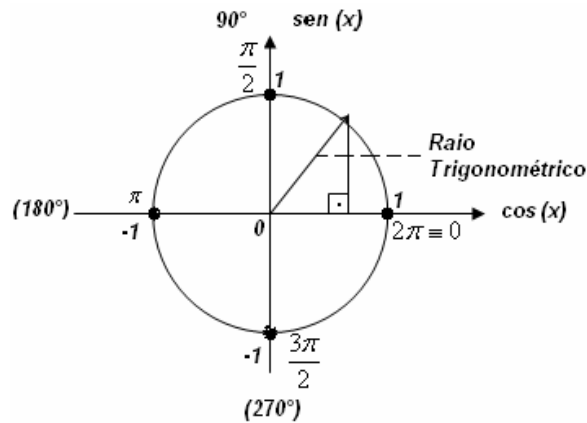
$$C_1 = \frac{4 \cdot [\text{sen}(1,536) - 1,536 \cdot \cos(1,536)]}{2 \cdot (1,536) - \text{sen}(2 \times 1,536)}$$

$$C_1 = 1,26$$

$$C_2 = \frac{4 \cdot [\text{sen}(4,701) - 4,701 \cdot \cos(4,701)]}{2 \cdot (4,701) - \text{sen}(2 \times 4,701)}$$

$$C_2 = -0,404$$

Arco trigonométrico:



Calculados:

$$C_1 \cong 1,26$$

$$\mu_1 \cong 1,536$$

$$C_2 \cong -0,404$$

$$\mu_2 \cong 4,701$$

Substituindo os valores de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\mu_1$  e  $\mu_2$  na equação (5.19), lembrando que os fatores  $\text{sen}\left(\frac{\mu_n \cdot r}{R}\right) / \left(\mu_n \cdot \frac{r}{R}\right) \rightarrow 1$ , se obtém:

$$\frac{T_c - 50^\circ}{20 - 50} = \left[ \begin{aligned} &1,26 \cdot \exp\left(- (1,536)^2 \cdot \frac{3,0 \times 10^{-7} \cdot t}{(0,01)^2}\right) + \\ &+ (-0,404) \cdot \exp\left(- (4,701)^2 \cdot \frac{3,0 \times 10^{-7} \cdot t}{(0,01)^2}\right) \end{aligned} \right]$$

$$\frac{T_c - 50^\circ}{-30} = 1,26 \cdot \exp\left(-2,359 \cdot \frac{3,0 \times 10^{-7} \cdot t}{10^{-4}}\right) +$$

$$+ (-0,404) \cdot \exp\left(-22,099 \cdot \frac{3,0 \times 10^{-7} \cdot t}{10^{-4}}\right)$$

$$\frac{T_c - 50^\circ}{-30} = [1,26 \cdot \exp(-0,00708 \cdot t) - 0,404 \cdot \exp(-0,06630 \cdot t)]$$

Substituindo  $t_{\text{experimental}} = 32 \text{ min.} = 1920 \text{ s}$ , resulta:

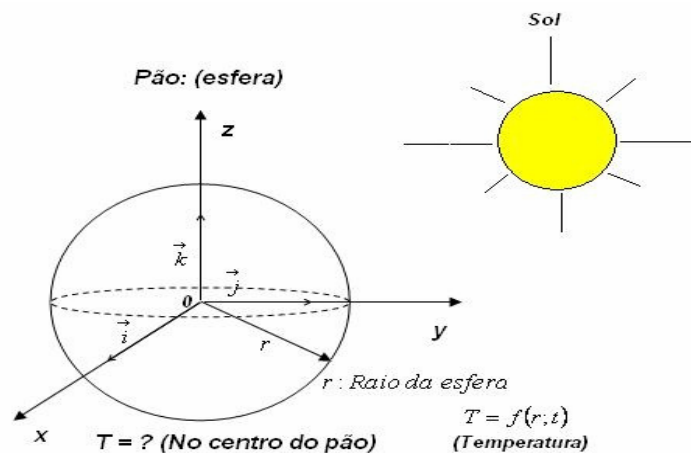
$$T_C = 49,93 \text{ }^\circ\text{C} \cong 50 \text{ }^\circ\text{C} \quad (\text{Temperatura calculada no centro do pão})$$

- Comparando o valor da temperatura calculada,  $T_{C\text{calculada}} = 49,93 \text{ }^\circ\text{C}$  com a temperatura obtida experimentalmente,  $T_{C\text{experimental}} = 65 \text{ }^\circ\text{C}$ , nota-se que existe uma grande diferença de temperatura. Mas, como o número de Fourier,  $Fo = 5,76$  é muito grande, a temperatura central tende à temperatura ambiente,  $T_c = 49,93 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T_a = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ . Se tivesse sido considerado o termo de geração de energia, seria possível atingir uma temperatura no pão-de-queijo superior à temperatura ambiente, ou seja,  $T_{\text{pão}} > T_a$ .
- Observando-se a equação (5.19) para a temperatura central, para um tempo muito longo (o tempo tendendo a infinito,  $t \rightarrow \infty$ ), a temperatura central tende à temperatura ambiente ( $T_a$ ). A expectativa em relação ao comportamento, de acordo com a equação citada é:

$$T_{\text{centro do pão (esfera)}} \equiv T_{\text{ambiente (dentro do forno)}} \equiv 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

## 5.6. Modelagem da temperatura de assamento de pão de queijo (centro do alimento) no fogão solar tipo caixa considerando o pão de queijo como uma esfera, mas com o termo de geração de energia

Agora, tomando como ponto de partida o livro de Luikov (1968) para a esfera  $0 \leq r < R$  com geração de calor na esfera (pão de queijo), que é incluído no fluxo de energia por radiação que é fornecido pelo Sol:



Dados para a modelagem:

$$C_{p \text{ experimental}} = 3.237,55 \text{ J/(kg.}^{\circ}\text{C)}$$

(Capacidade calorífica do pão de queijo)

### 5.6.1. Cálculo da capacidade calorífica média do pão de queijo

Observe que  $C_p$  médio é função da temperatura do pão de queijo e do seu conteúdo de água e de outros materiais constituintes do pão de queijo.

Observação experimental:

Considerando os gráficos (3.32) e (3.33) desta dissertação que mostram a massa do pão *versus* o tempo de assamento, observa-se que o pão de queijo está perdendo em torno de 5 % de água em relação à massa inicial, tomando como temperatura no interior do forno solar, em torno de 100 °C.

$$C_{p_{\text{médio}}} = \frac{C_{p_{\text{exper}}} (T_{M2} - T_{M1}) + \Delta H_{\text{vaporização água}} \times 5\% \text{ (massa perdida de água/massa inicial do pão)}}{(T_{M2} - T_{M1})}$$

Supondo que a vaporização da água se dá a 100 °C, que é a temperatura admitida para o interior do forno, o dado experimental termodinâmico (Incropera e De Witt, 1996) correspondente ao calor latente de vaporização da água é:

$$\Delta H_{\text{vaporização da água}} = 2.257.000 \frac{\text{Joule}}{\text{kg}}$$

Designando:

$T_{M1}$  = Temperatura inicial do pão de queijo, ( $T_{M1} = 20$  °C);

$T_{M2}$  = Temperatura do pão de queijo no final do assamento, ( $T_{M2} = 65$  °C)

Substituindo os dados experimentais, obtém-se:

$$C_{p_{\text{médio}}} = \frac{3.237,55 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)} (65 - 20)^\circ\text{C} + (2.257.000 \text{ J/kg}) \times 0,05 \text{ kg/kg}}{(65 - 20)^\circ\text{C}} \cong 5.745,33 \frac{\text{Joule}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$C_{P_{\text{médio Pão de queijo}}} \cong 5.745,33 \frac{\text{Joule}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

### 5.6.2. Cálculo da densidade aparente média ( $\rho_{\text{médio}}$ ) do pão de queijo:

Utilizando os dados experimentais das Figuras (3.32) e (3.33), obtêm-se os seguintes valores:

Densidade inicial para o pão de queijo:

$$\rho_i = \frac{\text{massa total}}{\text{volume total}}$$

$$\rho_i = \frac{40 \text{ g}}{(300 + 75) \text{ cm}^3}$$

$$\rho_i \cong 0,167 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Usando os dados da figura 3.33, se obtém a densidade final:

$$\rho_f = \frac{50 - 50 \times 0,05}{(300 + 50)} \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$$

$$\rho_{\text{final}} \cong 0,136 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

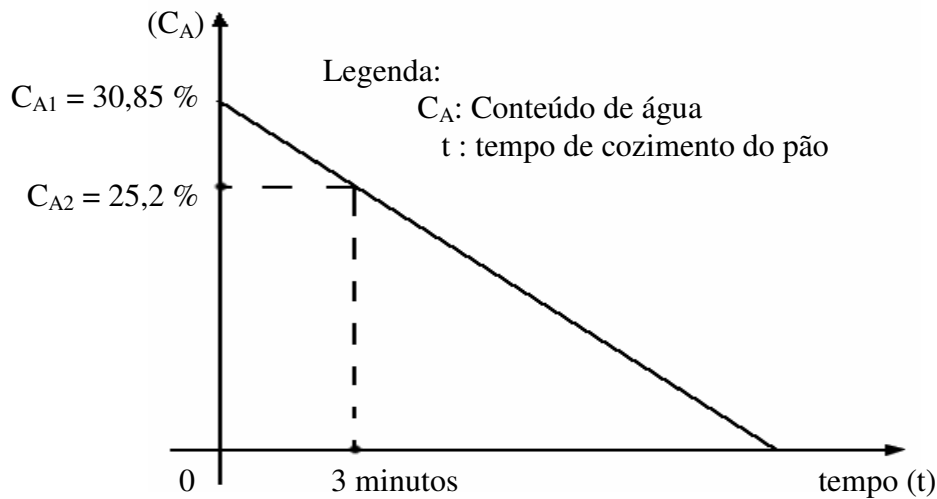
Portanto, para o cálculo da densidade média aparente do pão, nestas condições, tem-se:

$$\rho_{\text{médio}} = \frac{\rho_i + \rho_f}{2}$$

$$\rho_{\text{médio}} = \left( \frac{0,167 + 0,136}{2} \right) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{médio}} \cong 0,1519 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

### 5.6.3. Cálculo do conteúdo de água médio ( $\bar{C}_{\text{Amédio}}$ ) do pão em estudo no forno solar:



$$\left. \begin{array}{l} C_{A1} = 30,85 \% \\ C_{A2} = 25,2 \% \end{array} \right\} \bar{C}_{A\text{m\u00e9dio}} = \frac{30,85 \% + 25,2 \%}{2}$$

$$\bar{C}_{A\text{m\u00e9dio}} \cong 28,025 \% \quad \rho_{\text{m\u00e9dio}} \cong 0,1519 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 151,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Tomando os valores do conteúdo de água m\u00e9dio, densidade m\u00e9dia do p\u00e3o de queijo e aplicando a equa\u00e7\u00e3o j\u00e1 mencionada, se calcula a condutividade t\u00e9rmica m\u00e9dia do p\u00e3o, [W/(mK)]:

$$\ln k = -0,13416 \times \bar{C}_A - 0,0020514 \times \bar{\rho}_{ap} + 0,002482 \times \bar{C}_A^{-2} + 2,2959 \times 10^{-6} \times \bar{\rho}_{ap}^2$$

Com os dados, obt\u00eam-se a condutividade t\u00e9rmica m\u00e9dia do p\u00e3o:

$$\bar{k}_{\text{p\u00e3o}} \cong 0,1636 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

#### 5.6.4. C\u00e1lculo da difusividade t\u00e9rmica m\u00e9dia do p\u00e3o:

$$\bar{\alpha}_{\text{pão}} \left[ \frac{m^2}{s} \right] = \frac{\bar{k}_{\text{pão}}}{\rho_{\text{pão}} \times C_{p \text{ pão}}}$$

$$\bar{\alpha}_{\text{pão}} = \frac{0,1636 \frac{W}{mK}}{151,9 \frac{kg}{m^3} \cdot 5.745,33 \frac{J}{kgK}}$$

$$\bar{\alpha}_{\text{pão}} \cong 1,87 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

**O resumo dos dados para modelagem é:**

Início do experimento: 11h35min	Ta = 50 °C
Final do experimento: 12h07min	t <sub>(experimental de assamento do pão)</sub> = 32 min = 1920 s
$\bar{k}_{\text{pão}} \cong 0,1636 \frac{W}{m \cdot K}$	T <sub>C</sub> = ? (Temperatura no centro do pão considerando como uma esfera)
$\rho_{\text{médio}} \cong 0,1519 \frac{g}{cm^3} \cong 151,9 \frac{kg}{m^3}$	$Bi_C = \frac{h \cdot R}{k}$ ; $F_{0C} = \frac{\alpha \cdot t}{R^2}$
T <sub>1</sub> = 20 °C	$\bar{\alpha}_{\text{pão}} \cong 1,87 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$
$C_{P \text{ médio Pão de queijo}} \cong 5.745,33 \frac{\text{Joule}}{kg \cdot ^\circ C}$	

### 5.6.5. Cálculo dos números de Biot Bi<sub>C</sub> e de Fourier F<sub>0C</sub>:

$$Bi_C = \frac{h \cdot R_{\text{pão}}}{\bar{k}_{\text{pão}}};$$

Onde:

$$h_{\text{global}} = h_{\text{radiação}} + h_{\text{convecção}}$$

$$Bi_C = \frac{16 \frac{W}{m^2} \cdot K \cdot 0,01 m}{0,1636 \frac{W}{m \cdot K}}$$

$$Bi_C \cong 0,978$$

$$F_{0C} = \frac{\bar{\alpha}_{p\tilde{a}o} \cdot t_{experimental}}{R_{p\tilde{a}o}^2}$$

$$F_{0C} = \frac{1,87 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s} \cdot 1920 s}{(10^{-2})^2}$$

$$F_{0C} \cong 3,59$$

### **Designando para a modelagem:**

Para a modelagem é admitido que somente 20 % da energia solar que chega ao pão de queijo é aproveitada para assá-lo e que somente a sua parte superior, ou seja, uma semi-esfera recebe radiação direta do Sol. Estes 20 % representam a eficiência admitida de aproveitamento da energia solar, pelo fogão. Ou seja:

$$A_0 \text{ (termo de geração)} = W/m^3 \quad \rightarrow \quad A_0 = \frac{G_0 \left[ \frac{W}{m^2} \right] \times \left( \frac{\text{área do pão}}{2} \right)}{\text{Volume de controle (pão)} [m^3]}$$

$$G_0 \text{ (fluxo de energia provinda do Sol)} = 700 \text{ W/m}^2$$

$G_0$ : utilizado um valor médio para base de cálculo em Natal/RN.

$\eta$  = eficiência térmica do forno

Sendo:

$$G'_0 [W/m^2] = G_0 \cdot \eta = (700 \text{ W/m}^2) \times \eta$$

$$\eta \% = 20 \% = 0,20$$

Logo:

$$G'_0 = (700 \text{ W/m}^2)(0,20) = 140 \text{ W/m}^2$$

Utilizando a equação da página 242 do livro de Carslaw e Jaeger (1959) ou da página 365 do livro de Luikov (1968), considerando o termo de geração:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{A_0}{k} \quad (5.20)$$

Analisando cada termo da equação, se tem que a equação é dimensionalmente homogênea:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} \frac{1}{\alpha} = \left[ \frac{1}{\frac{m^2}{s}} \right] \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{s} \right] \end{array} \right\} \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{1}{\frac{m^2}{s}} \right] \cdot \left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{s} \right] = \left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{m^2} \right]$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} \frac{1}{r^2} = \left[ \frac{1}{m^2} \right] \\ \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \left[ \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{m} \cdot m^2 \cdot \frac{^{\circ}\text{C}}{m} \right] = \left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{m^2} \right] \end{array} \right\}$$

$$\bullet \frac{A_0}{k} = \left[ \frac{\left( \frac{W}{m^3} \right)}{\left( \frac{W}{m \cdot ^{\circ}\text{C}} \right)} \right] = \left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{m^2} \right] \quad \therefore \quad k : \text{Condutividade térmica do pão}$$

- Observe que a área de exposição da esfera em estudo (pão) diretamente à radiação solar é:

$$A' = \frac{1}{2} \times (\text{área da esfera})$$

$$A' = \frac{1}{2} \times (4\pi R^2)$$

Portanto:

$$A_0 = \frac{G'_0}{(\text{Volume do pão})} \times A' = \frac{G'_0 \left( \frac{4\pi R^2}{2} \right)}{\frac{4\pi R^3}{3}}$$

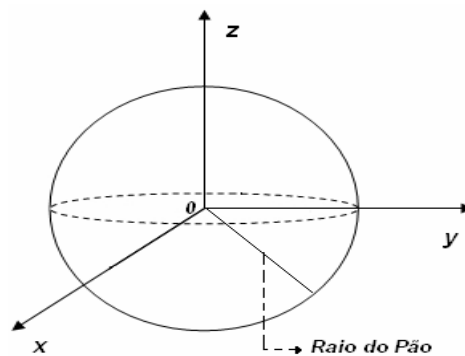
Com:

$$\begin{cases} R_{\text{pão}} = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m} \\ G_0 = 140 \text{ W/m}^2 \\ \pi \cong 3,14 \end{cases}$$

$$A_0 = \frac{140 \times \left[ \frac{4\pi R^2}{2} \right]}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$A_0 = \frac{140}{2R} = \frac{140}{2 \times 0,01}$$

$$A_0 \cong 21.000 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$



A equação simplificada, sem considerar o termo de geração, é a seguinte:

$$\Theta = \frac{t(r,T) - t_0}{t_a - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n R \cdot \text{sen}\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{r\mu_n} \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_0] \quad (5.21)$$

$$A_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{2Bi[\mu_n^2 + (Bi - 1)^2]^{\frac{1}{2}}}{(\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)} \quad (5.22)$$

- Como o número de  $Fo = 3,59 > 0,5$  é necessário usar somente o primeiro termo da série. Mas mesmo assim, usando a Tabela (5.4) e interpolando, obtêm-se os valores de  $A_1, A_2$  e  $A_3$ :

**Tabela 5.4.** Valores de  $A_n$ .

Bi	$A_1$	$A_2$	$A_3$
0,90	1,2488	-0,3854	0,2299
0,978	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1,0	1,2732	-0,4244	0,2546

Calculados para a esfera:

$$Bi_C \equiv 0,978$$

$$F_{0c} \equiv 3,59$$

- Utilizando a tabela 5.5 e interpolando, são obtidos os valores de  $\mu_1, \mu_2$  e  $\mu_3$ :

•

**Tabela 5.5.** Valores de  $\mu_n$

Bi	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$
0,90	1,5044	4,6911	7,8412
0,978	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
1,0	1,5708	4,7124	7,8540

Aplicando a regra de L'opital para  $r = 0$  na equação (5.21), se obtém:

$$\Theta = \frac{T_{centro} - T_a}{t_1 - T_a} = f(Bi; F_0; r = 0)$$

$$\frac{T_{centro} - T_a}{t_1 - T_a} = 1 - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n R \cdot \text{sen}\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{r \mu_n} \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_0] \right\}$$

- Regra de L'opital: Deriva-se o numerador e denominador quando  $r = 0$ , considerando que  $\cos(0) = 1$ :

$$\frac{T_{centro} - T_a}{T_1 - T_a} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n R \cdot \cos\left(\frac{\mu_n \cdot r}{R}\right) \frac{\mu_n}{R} \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_0]}{\mu_n}$$

$$\frac{T_{centro} - T_a}{T_1 - T_a} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos\left(\frac{\mu_n \cdot r}{R}\right) \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_0] \quad (5.23)$$

Considerando o termo de geração, a temperatura média do pão ( $T_m$ ) considerado como uma esfera, da equação (8.3.8), página 366, do livro de Luikov (1968):

$$\frac{T_{média} - T_a}{T_a - T_1} = 1 + \frac{1}{15} P_0 \left( 1 + \left( \frac{5}{Bi} \right) \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \left( \frac{P_0}{\mu_n^2} \right) \right) \cdot B_n \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_0] \quad (5.24)$$

Interpolando, obtêm-se os valores de  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$ :

Bi	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
0,90	0,9881	0,0101	0,0013
0,978	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>
1,0	0,9855	0,0122	0,0016

Onde, para o modelo em estudo, têm-se:

$$B_n = \frac{6Bi^2}{\mu_n^2(\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)} \quad (5.25) \quad \begin{cases} T_1 = 20^\circ C; \\ T_a = 50^\circ C. \end{cases}$$

e

$$P_0 = \frac{A_0 R^2}{k_{p\tilde{a}o} (T_a - T_1)} \quad (5.26) \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{p\tilde{a}o} = 0,01 m; \\ A_0 \cong 21.000 \frac{W}{m^3}. \end{array} \right.$$

Sendo  $P_0$  : Critério ou número de Pomerantsev.

Cálculo de  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$ , como apresentado a seguir:

Bi	B <sub>1</sub>
0,90	0,9881
0,978	Z <sub>1</sub>
1,0	0,9855

Interpolando-se:

$$\frac{(0,978 - 1,0)}{(0,90 - 1,0)} = \frac{(Z_1 - 0,9855)}{(0,9881 - 0,9855)}$$

$$Z_1 \cong 0,986878$$

Utilizando-se o mesmo critério de interpolação encontramos os valores:

Bi	B <sub>2</sub>
0,90	0,0101
0,978	Z <sub>2</sub>
1,0	0,0122

$$Z_2 \cong 0,011087$$

Bi	B <sub>3</sub>
0,90	0,0013
0,978	Z <sub>3</sub>
1,0	0,0016

$$Z_3 \cong 0,001441$$

Utilizando a equação para o cálculo de  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ :

$$B_n = \frac{6Bi^2}{\mu_n^2(\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)}$$

$$Bi_C \cong 0,978$$

B <sub>1</sub>	$\mu_1 \cong$	1,536
B <sub>2</sub>	$\mu_2 \cong$	4,696
B <sub>3</sub>	$\mu_3 \cong$	7,819

$$\bar{k}_{p\tilde{a}o} \cong 0,1636 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$F_{0c} \cong 3,59$$

Cálculo do número de Pomerantsev:

$$P_0 = \frac{A_0 R^2}{k_{p\tilde{a}o} (T_a - T_1)}$$

$$P_0 = \frac{21.000 \frac{W}{m^3} \times (0,01m)^2}{0,1636 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} (50 - 20) ^\circ C} \quad P_0 \cong 0,428$$

- Cálculo da temperatura média ( $T_m$ ) com o termo de geração de calor utilizando somente o primeiro termo,  $n = 1$ :

$$\frac{T_{m\acute{e}dia} - T_a}{T_a - T_1} = 1 + \frac{1}{15} P_0 \left( 1 + \left( \frac{5}{Bi} \right) \right) - \left( 1 + \left( \frac{P_0}{\mu_1^2} \right) \right) \cdot B_1 \cdot \exp[-\mu_1^2 \cdot F_0]$$

$$\frac{T_{\text{média}} - 20}{50 - 20} = 1 + \frac{1}{15} \cdot 0,428 \left( 1 + \left( \frac{5}{0,947} \right) \right) - \left( 1 + \left( \frac{0,428}{1,536^2} \right) \right) \cdot 0,9868 \cdot \exp[-1,536^2 \cdot 3,59]$$

$$T_{\text{média}} \cong 55,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(Com o termo de geração de calor)

Nota-se que, com o termo de geração, a temperatura média  $T_{\text{média}} = 55,4 \text{ } ^\circ\text{C}$  pode ser superior à temperatura no interior do forno  $T_a = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

A temperatura em qualquer ponto do pão de queijo, considerando o termo de geração de energia e que ele é uma esfera, utilizando o modelo do livro de Luikov (1968), página 366, equação (8.3.7), é dada por:

$$\frac{T(r;t) - T_1}{T_a - T_1} = 1 + \frac{1}{6} \cdot P_0 \cdot \left( 1 + \frac{2}{Bi} - \frac{r^2}{R^2} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_0}{\mu n^2} \right) \cdot An \cdot \frac{R \cdot \text{sen} \mu n \left( \frac{r}{R} \right)}{r \cdot \mu n} \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_0)$$

Fazendo  $r = 0$ , se obtém a temperatura no centro do pão de queijo, considerado como uma esfera, com o termo de geração de energia, dada por:

$$\frac{T_{\text{central}} - T_1}{T_a - T_1} = 1 + \frac{1}{6} \cdot P_0 \cdot \left( 1 + \frac{2}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_0}{\mu n^2} \right) \cdot An \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_0)$$

#### Dados para modelagem:

- I-  $P_0 \cong 0,428$  (considerando o termo de geração)
- II-  $P_0 = 0$  (não considerando o termo de geração)
- $r = 0$  (no centro do pão, considerando modelo da esfera)
- $n = 1$
- $F_{0C} \cong 3,59$
- $\mu_1 \cong 1,536$
- $A_1 \cong 1,144$
- $B_1 \cong 0,987$

Substituindo os valores no modelo da equação anterior, obtém-se:

$$\frac{T_{\text{central}} - T_1}{T_a - T_1} = 1 + \frac{1}{6} \cdot (0,428) \cdot \left(1 + \frac{2}{0978}\right) - \left\{ \left(1 + \frac{0,428}{(1,536)^2}\right) \cdot (1,144) \cdot \exp\left[-(1,536)^2 \cdot 3,59\right] \right\}$$

$$\frac{T_{\text{central}} - T_1}{T_a - T_1} \cong 1,215$$

Mas:

$$\theta = \frac{T_c - T_1}{T_a - T_1}$$

$$\frac{T_c - 20}{50 - 20} = 1,215$$

$$T_c \cong 56,5 \text{ } ^\circ\text{C} > T_\infty \cong 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Nota-se que a temperatura central é maior que a temperatura dentro do forno, mas é um pouco maior que a temperatura média dentro do pão de queijo.

II-  $P_0 = 0$  (não considerando o termo de geração):

$$\frac{T_{\text{central}} - T_1}{T_a - T_1} = 1 + \frac{1}{6} \cdot P_0 \cdot \left(1 + \frac{2}{Bi} - \frac{r^2}{R^2}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{P_0}{\mu n^2}\right) \cdot An \cdot \frac{R \cdot \text{sen} \mu n \left(\frac{r}{R}\right)}{r \cdot \mu n} \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_0)$$

Na equação acima, tem-se:

No centro da esfera (pão):  $r = 0$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{\text{sen} \left( \mu n \cdot \frac{r}{R} \right)}{\frac{\mu n \cdot r}{R}} \right]$$

$$\frac{T_{\text{central}} - T_1}{T_a - T_1} = 1 + 0 - \left\{ 1 \cdot (1,144) \cdot (1) \cdot \exp \left[ -(1,536)^2 \cdot (3,59) \cdot \right] \right\}$$

Portanto :

$$\frac{T_c - T_a}{T_1 - T_a} = 0,99976$$

$$\frac{T_c - 20}{50 - 20} = 0,99976$$

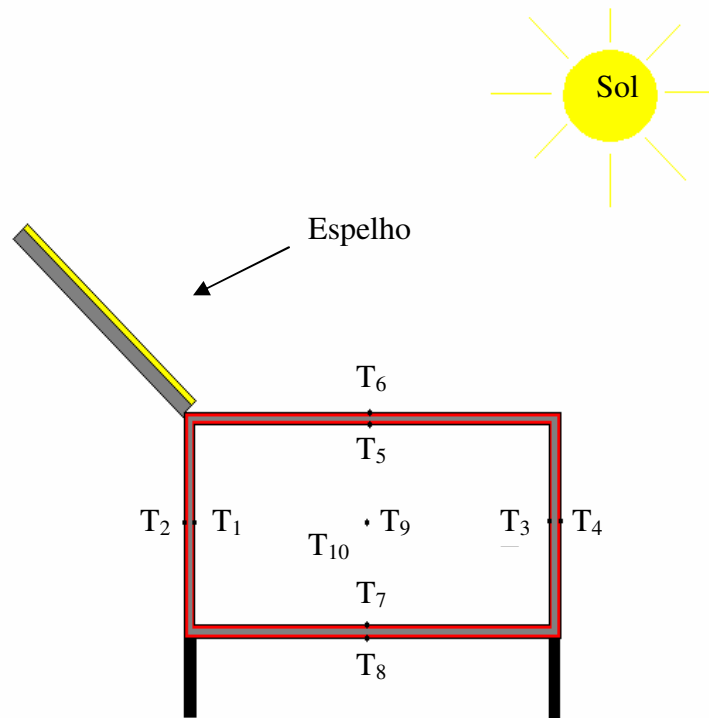
$$T_c = 49,99 \text{ } ^\circ\text{C} \cong 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

*(sem considerar o termo de geração de calor)*

Sem o termo de geração, a temperatura central tende à temperatura do meio de aquecimento, ou seja, ao interior do forno.

# Apêndice I

## I. Dados experimentais de assamento da pizza no forno solar tipo caixa



**Figura I.1.** Esquema da vista lateral do fogão solar proposto com as suas diferentes temperaturas.

- $T_9$ : centro interno
- $T_{10}$ : centro externo
- Material compósito constituído de gesso + isopor para diminuir as perdas térmicas.
- $k_{\text{material compósito}} = 0,3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{C}^{-1}$ . Fornecido pelo LES/UFRN (Laboratório de Energia Solar).
- Lei de Fourier de condução de calor:  $q = -k \cdot \frac{dT}{dx}$  ;  $q \equiv \left[ \frac{W}{m^2} \right]$  ∴

$q$  = Fluxo de calor

## I.1. Data do Experimento: 31/10/2006

Pizza de 460 g

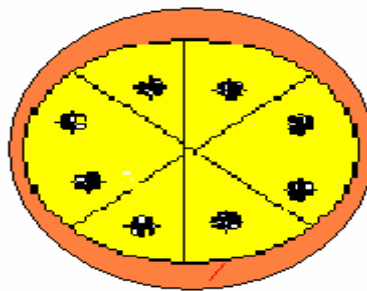
**Tabela I.1.** Tempo x Temperatura (Experimento do dia 31/10/2006)

Tempo	T <sub>C</sub> (°C)
10:50'	17,6
10:53'	22,4
10:57'	24,3
11:00'	25,5
11:15'	28,3
11:20'	31,5
11:33'	40,0
12:00'	63,0

**Tempo total: 70 minutos**

Onde:

T<sub>C</sub> é a temperatura experimental no centro do alimento no interior do fogão solar em estudo.



**Figura I.2.** Esboço da pizza de 460 g utilizada.

- Utilizou-se um prato de vidro como suporte da pizza, assim, não contribuindo com a condução de calor.
- De 10:53 as 11:00 horas houve nebulosidade no clima.

## I.2. Data do Experimento: 12/04/2007

Massa da pizza = 400 g

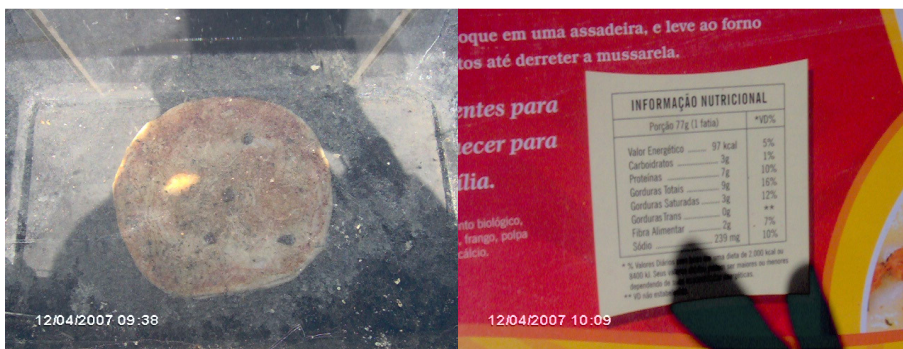
Temperatura ambiente (9:32 h) = 34 °C

**Tabela I.2.** Tempo x Temperatura (Experimento do dia 12.04.2007)

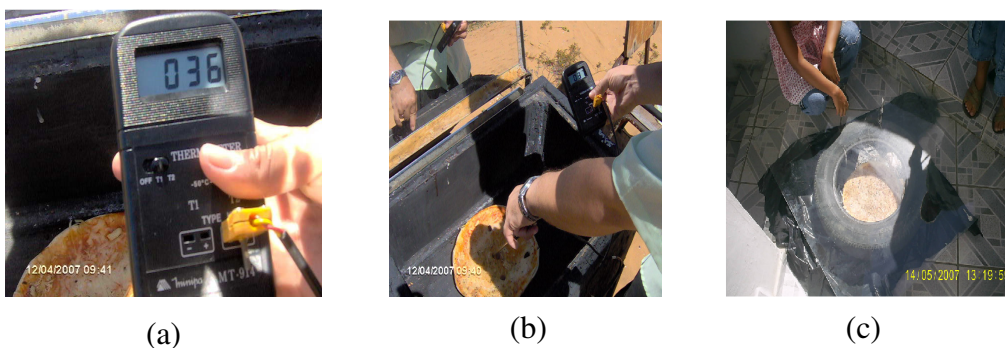
Tempo	9:33'	9:38'	9:55'	10:10'	10:16'
T <sub>C</sub> (°C)	35	36	53	58	61

↓  
Fim do assamento

**Tempo total: 43 minutos**



**Figura I.3.** Pizza no interior do fogão tipo caixa, início do experimento, propriedades organolépticas da pizza.



**Figura I.4.** (a), (b) Temperaturas colhidas durante a realização do experimento, (c) Assamento da pizza utilizando materiais descartados na natureza.

### I.3. Data do Experimento: 17/04/2007

Hora de início do experimento: 11:14h da manhã

Massa da Pizza: 460 g

Temperatura ambiente: 32 °C

OBS: Período de nebulosidade: 11:16 à 11:45 h



**Figura I.5.** Pizza no interior do forno

**Tabela I.3.** Tempo versus temperatura (Experimento do dia 17.04.2007)

Tempo (h)	Temperatura (°C)
11:16	36
11:45	38
11:50	37
12:25	71 ↓

Fim do cozimento da pizza

**Tempo total: 69 minutos.**

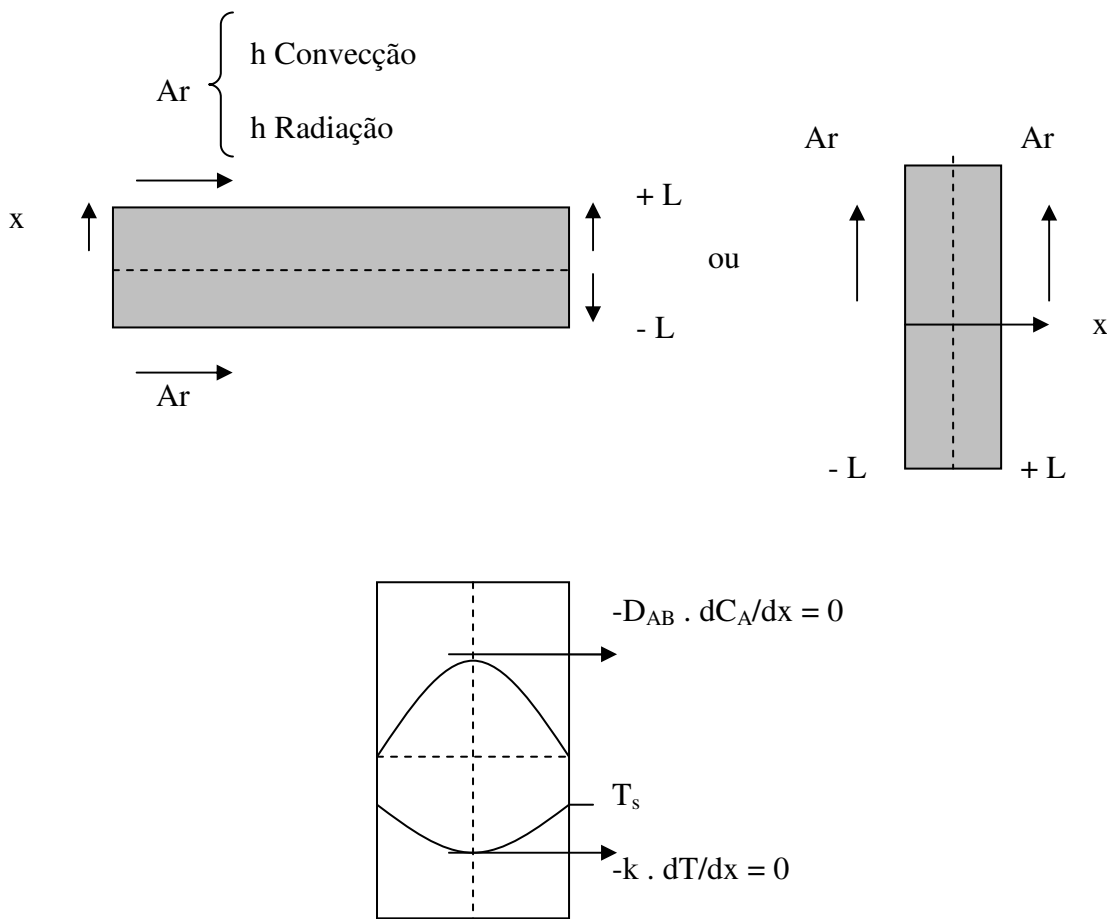
### I.4. Modelagem de assamento da pizza em um fogão solar tipo caixa

A seguir faz-se uma modelagem considerando a difusão de matéria (água) e de energia no assamento de uma pizza usando o fogão solar tipo caixa.

Colocação e análise da difusão de matéria (água) e energia na secagem solar da pizza.

A seguir faz-se uma modelagem considerando a difusão de matéria (água) e de energia no assamento de uma pizza usando o fogão solar.

Seja uma fatia de pizza que é assada por convecção e radiação solar.



Considerando a difusão da água no alimento e a condução de energia, são obtidas as equações básicas para análise dos fenômenos, que são:

Difusão da Matéria

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \quad C_A = f(x;t) \quad (I)$$

Difusão de energia (calor no sólido)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad T = f(x;t) \quad (II)$$

Para a Equação I são necessárias três condições de contorno

Para a Equação II são necessárias três condições de contorno:

As condições de contorno para a equação I são:

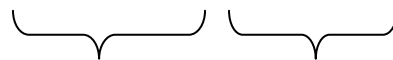
$$\text{Para } t < 0^+ \quad C_A = C_{A0} \quad (III)$$

$$\text{Em } x = 0 \quad : \quad -D_{AB} \cdot dC_A/dx = 0 \quad (IV)$$



Sem fluxo de matéria (ponto de máximo ou mínimo)

$$\text{Em } x = L \quad : \quad -D_{AB} \cdot dC_A/dx = k_M (y_s - y) \quad (V)$$



Água que sai do alimento.      Água evaporada que “entra” no ar.

As condições de contorno para a equação II são:

$$\text{Para } t < 0^+ \quad T = T_0 \quad (IV)$$

$$\text{Em } x = 0 \quad -k \cdot dT/dx = 0$$

Em  $x = L$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_{conv} (T_s - T_\infty) + h_{rad} \cdot (T_s - T_\infty) + \Delta H \cdot k_M (y_s - y) \quad (VIII)$$

$h_{conv}$ : Coeficiente de transferência de energia por convecção

$h_{rad}$ : Coeficiente de transferência de energia por radiação

$\Delta H$ : Diferença de entalpia

## **I.5. Análise comparativa entre os processos de transferência de calor de matéria**

Como uma análise aproximada para os alimentos submetidos ao processo de assamento no forno solar, o bife que contém o maior teor de água (60,7%), com isso o processo para o assamento comparado com a pizza (teor de água em torno de 20 %) e com o pão (teor por volta 30,85 %) é maior, pois será necessário um tempo superior para a evaporação da água no interior do alimento.

No bife, portanto, o tempo total de assamento é maior comparado com a pizza e o pão, a difusividade térmica do bife é menor que os outros alimentos submetidos ao processo de assamento.

Fazendo uma analogia entre os processos de transferência de calor e de matéria para a secagem de uma pequena fatia de banana que apresenta baixo teor de umidade no interior deste alimento. A difusividade de matéria ( $D_{AB}$ , ou seja, a difusividade de água no alimento) é aproximadamente, em ordem de grandeza,  $10^{-10}$  m<sup>2</sup>/s) e a difusividade térmica ( $\alpha$  igual a  $10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s), portanto, a difusividade de matéria ( $D_{AB}$ ) é aproximadamente 1000 vezes menor que a difusividade térmica ( $\alpha$  fatia de banana). No caso específico da banana, o objetivo principal é o processo de secagem e nos alimentos que foram conduzidos aos testes experimentais no fogão solar proposto a finalidade primordial é o assamento destes alimentos.

Fazendo uma analogia preliminar entre os processos de transferência de calor e de matéria, quanto maior é o teor de umidade no interior do alimento, maior será a resistência térmica comparada à resistência de transferência de matéria e por consequência, menor será o tempo necessário para evaporação da água neste alimento, aumentando, dessa forma, o tempo total para o processo de assamento do alimento em estudo no forno solar.

**Tabela I.4.** Comparativo do teor de água no alimento

Alimentos	Teor de água no alimento (%)	Difusividade ( $\alpha$ )
Pizza	20,00 %	$2,4 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ – valor médio
Pão	30,85 %	$3,0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
Bife	60,70 %	$1,5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

Nas Tabelas II.3 e II.4 são demonstradas as caracterizações térmicas do fogão solar proposto para a validação do uso do isolante para atenuar as perdas térmicas.

**Tabela I.5.** Tempo versus Temperatura (Experimento do dia 05/12/2006)

Tempo (h)	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
12:50	41,1°	35,6°	41,5°	35,1°	40,0°	34,7°	42,2°	37,4°	38,9°	37,6°
13:05	38,8°	33,0°	39,0°	35,1°	36,4°	35,0°	40,0°	34,0°	36,0°	33,0°
13:20	41,2°	31,0°	36,0°	32,7°	33,9°	31,4°	37,5°	33,3°	36,0°	32,6°
13:35	39,1°	37,5°	38,7°	40,1°	37,5°	37,7°	43,3°	36,5°	40,0°	34,9°
13:50	41,0°	36,9°	38,7°	38,6°	36,7°	38,8°	40,6°	37,1°	37,3°	37,0°
14:05	39,0°	37,2°	39,1°	40,0°	36,5°	41,2°	39,0°	36,9°	35,2°	35,0°

$$\Delta X_{1 \rightarrow 2} = 6,5 \text{ cm} = 6,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta X_{3 \rightarrow 4} = 3,8 \text{ cm} = 3,8 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta X_{5 \rightarrow 6} = 2,5 \text{ cm} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta X_{7 \rightarrow 8} = 2,5 \text{ cm} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

Cálculo das Temperaturas Médias ( $\bar{T}_i$ ):

$$\bar{T}_1 = \frac{\sum T_i}{n}$$

Onde,  $n$  corresponde ao número de termos.

$\bar{T}_1 = 40,03^\circ C$	$\bar{T}_6 \cong 36,47^\circ C$
$\bar{T}_2 = 35,2^\circ C$	$\bar{T}_7 = 40,43^\circ C$
$\bar{T}_3 = 38,83^\circ C$	$\bar{T}_8 = 35,87^\circ C$
$\bar{T}_4 = 36,93^\circ C$	$\bar{T}_9 = 37,23^\circ C$
$\bar{T}_5 = 36,83^\circ C$	$\bar{T}_{10} = 35,02^\circ C$

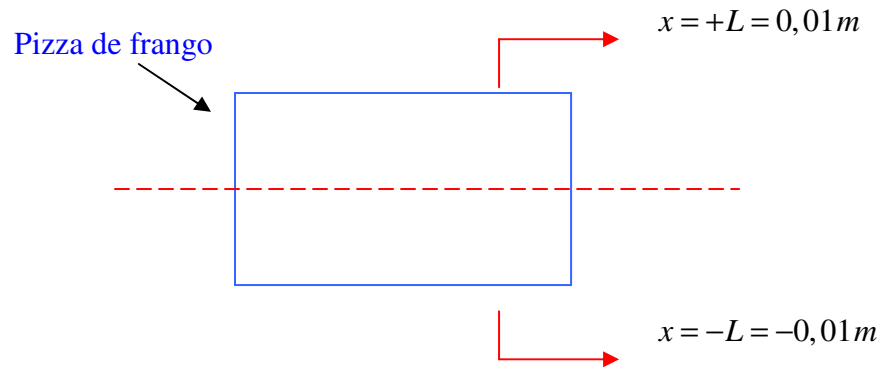
**Tabela I.6.** Tempo versus Temperatura (Experimento do dia 12/12/2006)

Tempo (h)	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
10:55	43,9°	43,0°	57,1°	41,7°	50,7°	41,3°	50,7°	40,6°	45,9°	40,3°
11:10	47,2°	40,6°	49,0°	39,7°	43,5°	37,7°	44,3°	35,2°	43,3°	39,7°
11:25	44,1°	38,9°	56,6°	37,7°	48,7°	36,6°	57,8°	36,0°	52,3°	36,6°
11:40	45,0°	39,6°	51,6°	39,4°	48,2°	37,3°	50,6°	37,1°	50,9°	36,6°
11:55	48,4°	41,0°	61,3°	42,4°	50,0°	37,5°	54,0°	36,6°	52,0°	36,0°
12:10	49,0°	39,2°	58,3°	39,8°	54,2°	39,9°	53,0°	39,5°	54,2°	38,5°
12:25	49,0°	38,2°	51,0°	40,5°	46,4°	39,5°	52,6°	38,8°	53,7°	37,7°

Cálculo das Temperaturas Médias ( $\bar{T}_i$ ):

$$\bar{T}_i = \frac{\sum T_i}{n}$$

$\bar{T}_1 = 46,7^\circ C$	$\bar{T}_6 = 38,54^\circ C$
$\bar{T}_2 = 40,07^\circ C$	$\bar{T}_7 = 51,77^\circ C$
$\bar{T}_3 = 54,98^\circ C$	$\bar{T}_8 = 37,8^\circ C$
$\bar{T}_4 = 40,17^\circ C$	$\bar{T}_9 = 50,33^\circ C$
$\bar{T}_5 = 48,81^\circ C$	$\bar{T}_{10} = 37,91^\circ C$



$$Bi_C = \frac{h \cdot L}{k}$$

$$Bi_C = \frac{(16) \cdot (0,01)}{0,55}$$

$$Bi_C \cong 0,29$$

❖ Número de Biot,  $Bi_C$

Define-se:

$$Bi_C = \frac{h \cdot L}{k} \quad \rightarrow \quad Bi_C = \frac{1}{(k/L)} = \frac{[\text{Re resistência Interna}]}{[\text{Re resistência Externa}]}$$

$$\frac{1}{h}$$

Se:

- I.  $Bi_C < 0,1 \rightarrow$  Biot  $\rightarrow 0$  (Sem resistência interna)
- II.  $0,1 < Bi_C < 100 \rightarrow$  Biot intermediário (Resistência interna + externa)
- III.  $Bi > 100 \rightarrow Bi \rightarrow \infty$  (sem resistência externa)

**Considerações para a Modelagem do Processo:**

- 1- Comparar o fluxo que entra “por cima” na pizza, considerando convecção ( $h_{\text{Conv}}$ ) e radiação ( $h_{\text{Rad}}$ ), com o que “entraria” se a eficiência térmica do “forno” fosse 20 %; ou seja:

(A) Se chega a potência por área:  $700 \text{ W.m}^{-2}$

$$\eta = 0,20 \rightarrow \eta = \frac{\text{Potência "aproveitada"}}{700}$$

$$\eta = \left\{ \begin{array}{l} \text{Eficiência térmica} \\ \end{array} \right.$$

Potência “aproveitada” = Potência útil para assar a pizza:

$$(0,2) \cdot (700) \text{ W.m}^{-2}$$

$$\therefore \text{Potência útil} = 140 \text{ W.m}^{-2} \quad (1)$$

Portanto potência útil para assar completamente a pizza  $\approx (2)$  . Pot. útil = (2) .  
(140) W.m<sup>-2</sup>.

$$\text{Pot. útil total} = 280 \text{ W.m}^{-2}$$

(B) Supondo:

$$T_{\text{superfície}} = 70 \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow T_{\text{sup}} \equiv 343 \text{ K}$$

$$T_{\text{vizinhaça}} = 90 \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow T_{\text{viz}} \equiv 363 \text{ K}$$

$$T_{\infty} \text{ (Temperatura do fluido, ou seja, do ar)} = \frac{70+90}{2} \rightarrow \begin{array}{l} T_{\infty} = 80 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ T_{\infty} = 353 \text{ K} \end{array}$$

$$\varepsilon \equiv 0,6$$

$$h_{\text{Rad}} = \varepsilon \sigma \cdot (T_{\text{sup}} + T_{\text{viz}}) \cdot (T_{\text{sup}}^2 + T_{\text{viz}}^2)$$

$$h_{\text{Rad}} = 0,6 \left( 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right) \cdot (343 + 363) \cdot [(343)^2 + (363)^2]$$

$$h_{\text{Rad}} = 5,99 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^{\circ}\text{C}} \rightarrow h_{\text{Rad}} \equiv 6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^{\circ}\text{C}}$$

$h_{\text{convectivo}} = ?$  Para o ar dentro do forno quase estático, ou seja:

$$v \text{ (velocidade)} \rightarrow 0 \quad h_{\text{conv}} \equiv 10 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow h_{\text{total}} = (h_{\text{Rad}} + h_{\text{conv}})$$

$$h_{\text{total}} = (6 + 10) \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow h_{\text{total}} = 16 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}q_{\text{total}} &= h_{\text{total}} (T_{\text{sup}} - T_{\infty}) \\q_{\text{total}} &= 16 (343 - 353) \\q_{\text{total}} &= 160 \text{ W.m}^{-2} \quad (2)\end{aligned}$$

$q_{\text{total}}$  (para assar as duas faces da pizza)  $\equiv 320 \text{ W.m}^{-2}$ .

Comparar a energia absorvida pela pizza para assá-la, com a energia útil ( $140 \text{ W.m}^{-2}$ ).

### ⇒ Procedimentos:

- Avaliar, para a temperatura média ( $T_m$ ) de “cozimento”, a energia:

$$\text{Energia(Joule)} = m_{\text{pizza}} \cdot C_{P \text{ pizza}} \cdot (T_m - T_1) \quad (3)$$

- Dividindo a expressão (3) pelo tempo de cozimento, resulta na potência gasta:

$$\text{Potência} \left( \frac{\text{Joule}}{\text{segundo}} \right) = \frac{m_{\text{pizza}} \cdot C_{P \text{ pizza}} \cdot (T_m - T_1)}{(t_{\text{assar}} - 0)} [\text{Watt}] \quad (4)$$

- Dividindo pela área exposta ao cozimento dá a potência útil por unidade de área.

$$\frac{\text{Potência} [\text{Watt}]}{\text{área da pizza}} = \frac{m_{\text{pizza}} \cdot C_{P \text{ pizza}} \cdot (T_m - T_1)}{t \cdot (\text{área})} \left[ \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} \right] \quad (5)$$

Dados:

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \text{Massa da pizza} = 460 \text{ gramas} \\ C_p = \text{Capacidade calorífica da pizza} = 3,64 \text{ J/(g}^\circ\text{C)} \\ T_m = ? \text{ (será calculada)} \\ t = 56 \text{ min.} \quad \rightarrow \quad t = 56(60 \text{ s}) \quad \rightarrow \quad t = 3.360 \text{ s} \\ \text{Área} = 1 \cdot (\pi R^2) \quad \rightarrow \quad \pi \cdot (0,15^2) \quad \rightarrow \quad \text{Área} = 0,07065 \text{ m}^2 \end{array} \right.$$

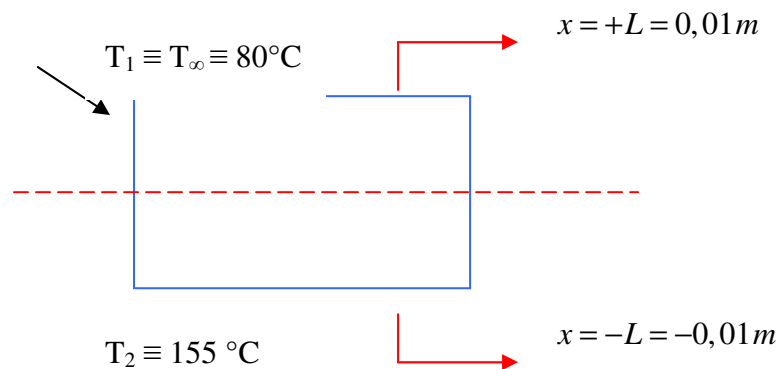
Portanto:

$$\frac{\text{Potência}}{\text{Área da pizza}} = \frac{146.526,744}{(0,07065)(3360)} \cong 617,256 \frac{W}{m^2} \quad \left. \vphantom{\frac{\text{Potência}}{\text{Área da pizza}}} \right\} \text{ Superfície superior da pizza}$$

Para as 2 (duas) áreas (superior e inferior para assar a pizza), temos:

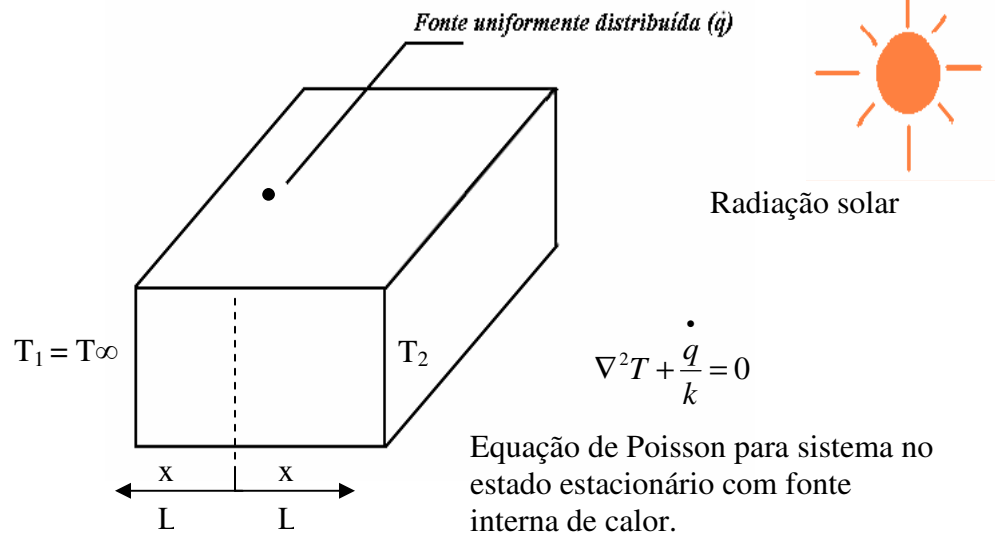
$$\frac{\text{Potência}}{\text{Área total (superior e inferior)}} = \frac{617,256 \frac{W}{m^2}}{2} \cong 308,628 \frac{W}{m^2}$$

**Cálculo da Temperatura Média ( $T_m$ ) da Pizza, no Estado Estacionário, Utilizando o Teorema do Valor Médio do Cálculo:**



Solução:

Distribuição de temperatura na pizza (considerando com uma placa plana), onde ocorre uma geração interna de calor ( $q = q_{\text{Conv}} + q_{\text{Rad}}$ ), tendo uma face da pizza mantida à temperatura  $T_1$ , enquanto a outra face é mantida à temperatura  $T_2$ . A espessura da pizza é  $2L$ . Esta temperatura média ( $T_m$ ), que será calculada a seguir, representa a temperatura média, considerando um tempo infinito (será obtido um perfil de temperatura parabólico para o tempo infinito).



**Figura I.6.** Fonte uniformemente distribuída

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad \therefore (\text{Fluxo só na direção } x)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\int d \left( \frac{dT}{dx} \right) = -\frac{\dot{q}}{k} \cdot \int dx \Rightarrow \int dT = \frac{-\dot{q}}{k} \cdot x + C_1 \cdot \int dx$$

$$T = \frac{-\dot{q}}{2k} \cdot x^2 + C_1 \cdot x + C_2 \quad \rightarrow \quad \text{Distribuição de temperatura na pizza} \quad (1)$$

Condições de contorno:

C.C.1:

$$x = -L \rightarrow T = T_1 \rightarrow T_1 = T_1 = -\frac{\dot{q}}{2k} (-L)^2 - c_1 \cdot L + c_2 (x-1)$$

$$-T_1 = \frac{\dot{q}}{2k} L^2 + c_1 \cdot L - c_2 \quad (A)$$

C.C.2:

$$x = +L \rightarrow T = T_2$$

$$T_2 = -\frac{\dot{q}}{2k}L^2 + c_1 \cdot L + c_2 \quad (B)$$

Fazendo (A) + (B), temos:

$$(T_2 - T_1) = 2 \cdot c_1 \cdot L$$

$$c_1 = \frac{(T_2 - T_1)}{2L}$$

Substituindo em T<sub>2</sub>: (B)

$$T_2 = -\frac{\dot{q}}{2k}L^2 + \frac{(T_2 - T_1)}{2} + c_2$$

$$c_2 = T_2 - \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \frac{\dot{q}L^2}{2k} \quad (2)$$

Substituindo as constantes obtidas C<sub>1</sub> e C<sub>2</sub> em (1), obtém-se:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k} \cdot x^2 + \frac{(T_2 - T_1)}{2L} \cdot x + T_2 - \frac{(T_2 - T_1)}{2} + \frac{\dot{q}L^2}{2k}$$

$$T = \frac{\dot{q}}{2k} \cdot (L^2 - x^2) + \frac{(T_2 - T_1)}{2L} \cdot x - \frac{(T_2 - T_1)}{2} + T_2 \quad (3)$$

(Distribuição da temperatura na pizza)

Teorema do valor médio do cálculo:

$$\int P_{\text{médio}} \cdot dB = \int P \cdot dB$$

$$P_m = \frac{\int P \cdot dB}{\int dB}$$

$$dB = dx, dA, dv, \dots, \text{etc.}$$

No caso da modelagem da pizza, temos:

$$\text{Temperatura média } (T_m) = \frac{\int T \cdot dx}{\int dB}$$

Da expressão (3):

$$T = \frac{\dot{q}}{2k} \cdot (L^2 - x^2) + \frac{(T_2 - T_1)}{2L} \cdot x - \frac{(T_2 - T_1)}{2} + T_2$$

Dados do modelo físico para assar a pizza:

$$\dot{q} = 140 \frac{W}{m^2} \quad (\text{considerando Radiação = Convecção no processo})$$

$$k = 0,55 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

$$T_2 = 155 \text{ } ^\circ C$$

$$T_1 = 80 \text{ } ^\circ C$$

$$T = \frac{140}{2 \times 0,55} \cdot (L^2 - x^2) + \frac{(155 - 80)}{2L} \cdot x - \frac{(155 - 80)}{2} + 155$$

$$T = 127,27 \cdot L^2 - 127,27 \cdot x^2 + \frac{37,5 \cdot x}{L} + 117,5 \quad (4)$$

Portanto:

$$T_m = \frac{\int_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} T \cdot dx}{\int_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} dx}$$

$$T_m = \frac{\int_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} \left[ 127,27 \cdot L^2 - 127,27 \cdot x^2 + \frac{37,5 \cdot x}{L} + 117,5 \right] \cdot dx}{\left[ x \right]_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01}}$$

$$T_m = \frac{\left\{ 127,27 \cdot L^2 \left[ x \right]_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} - \frac{127,27}{3} \cdot \left[ x^3 \right]_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} + \frac{37,5}{2L} \left[ x^2 \right]_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} + 117,5 \left[ x \right]_{x_1=-0,01}^{x_2=+0,01} \right\}}{[(+0,01) - (-0,01)]}$$

$$T_m = \frac{\left\{ 127,27 \cdot 0,01^2 [(+0,01) - (-0,01)] - \frac{127,27}{3} \cdot [(+0,01)^3 - (-0,01)^3] + \frac{37,5}{2 \times 0,01} [(+0,01)^2 - (-0,01)^2] + 117,5 [(+0,01) - (-0,01)] \right\}}{0,02}$$

$$T_m = \frac{\{0,00025454 - 8,485 \times 10^{-5} + 2,35\}}{0,02}$$

$$T_m \equiv 117,51 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Esta temperatura atingida para um tempo infinito, e esta temperatura obtida é maior que a temperatura ambiente do interior do forno devido à contribuição do termo de geração.

Utilizando as expressões do procedimento, obtém-se:

$$\text{Energia (Joule)} = m_{\text{pizza}} \cdot C_{\text{ppizza}} \cdot (T_m - T_1)$$

$$\text{Energia} = (460) \cdot (3,64) \cdot (117,51 - 30)$$

$$\text{Energia} = 146.526,744 \text{ J.}$$

## Apêndice II

### II. Dados experimentais de assamento do hambúrguer de frango no forno solar tipo caixa

#### II.1. Data do Experimento: 24/05/2007

Temperatura ambiente fora do forno: 32 °C (10 h 55 min)

Início do cozimento no fogão solar: 10 h 52 min



**Figura II.1. Hambúrgueres de frango no forno solar**

O protótipo de fogão solar do tipo caixa apresentou resultados satisfatórios no que concerne ao tempo de cozimento de alguns alimentos (pães, pizza, bife e hambúrgueres de frango) e também a eficiência térmica comparando estes resultados com os tempos de cozimento em fogões tradicionais à base de butano (fogões que utilizam gás liquefeito de petróleo)

$$I = 750 \text{ W/m}^2$$

**I:** Radiação solar

**Tabela II.1.** Tempo versus Temperatura para assamento do hambúrguer

<b>Tempo (hora)</b>	<b>Temperatura (°C)</b>
10 : 52	36,0
11 : 10	51,5
11 : 25	62,0
11 : 40	<b>74,0</b>

**Tempo total: 48 minutos**

A mudança de posição do fogão solar deve satisfazer à condição que a área de contato dos raios solares seja máxima.

No experimento utilizaram-se latas de cerveja para otimizar a contribuição de transmissão de calor por condução em virtude do aquecimento da lata que é feita de metal mais a contribuição do calor armazenado no forno solar proveniente da radiação. A chapa contribui de forma significativa para assamento dos alimentos, que com a contribuição dos espelhos, fizeram que o alimento atingisse 74°C, durante o experimento.

# Apêndice III

## III. Dados experimentais do Bolo no Fogão Solar Tipo Caixa

### III.1. Data do Experimento: 28/05/2007

Dados:

- Massa da mistura para preparo do bolo: 400g
- Temperatura ambiente fora do forno: 30 °C às 10 horas (inicial)
- $I = 750 \text{ W/m}^2$  às 10 horas

**Tabela III.1.** Tempo x Temperatura no centro do alimento

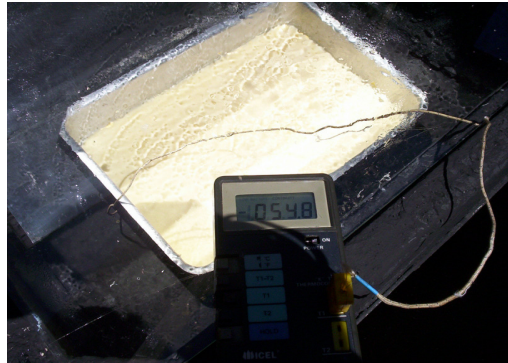
<b>Tempo</b>	<b>T<sub>c</sub> (°C)</b>
10 : 22'	47,7
10 : 37'	54,3
10 : 48'	56,1
11 : 04'	59,0
11 : 15'	60,5
11 : 30'	63,4
11 : 45'	64,2
12 : 50'	78,9

**Tempo total: 2 horas e 28 minutos**

#### Observação:

O tempo, requerido experimentalmente para assamento do bolo no fogão solar tipo caixa proposto neste experimento com um espelho, foi de 2 horas e 28 minutos, ao passo que o tempo experimental para assamento do bolo proposto por Aroldo (2006), cujo protótipo continha três refletores (espelhos) foi em torno de 50 minutos.

## Sistema em Estudo: Bolo



**Figuras III.1. Assamento do bolo**

### Dados experimentais

Temperatura do ar no interior do forno (inicial) = 63,5°

**Tabela III.2.** Tempo x Temperatura ambiente dentro do forno

Tempo (horas)	Temperatura do ar ( $T_{\infty}$ ) dentro do forno
10 : 04	63,5 °C
11 : 04	70,2 °C
11 : 50	80,1 °C

Observação:

- Antes de colocar a massa de bolo no forno solar, é interessante para diminuir o tempo de assamento do alimento, introduzir a chapa no forno que conterá a massa do bolo e esperar atingir uma temperatura máxima (em torno de 155 °C).

❖ **Cálculo das propriedades termofísicas e dos tempos de assamento dos alimentos em estudos, no forno solar tipo caixa, segundo dados experimentais do livro de Heldman e Singh (1981).**

### Considerações para a modelagem:

Nas modelagens que serão propostas a seguir, considerar-se-á para os modelos de assamentos dos alimentos em estudo (pão de queijo, bife de frango), as capacidades

caloríficas, considerando o calor latente de vaporização da água para os cálculos dos tempos de assamento destes alimentos. Por exemplo, para o pão francês, está na dissertação a perda de massa versus o tempo de cozimento (fig. 3.32 e 3.33), ou seja, para o modelo da esfera do pão de queijo, as propriedades térmicas (condutividade térmica,  $k_{\text{pão}}$ ; densidade,  $\rho_{\text{pão}}$  e capacidade calorífica,  $C_P$ ) que foram usados os do pão francês (segundo dados de Kowalski, 2001) como uma primeira aproximação para as propriedades termofísicas do pão de queijo. Com isto é possível incluir na capacidade calorífica média ( $C_{P \text{ médio}}$ ) uma parte correspondente ao calor de vaporização da água. Devido a esse fator de correção, a capacidade calorífica média resulta em um maior valor e, por conseqüência, os tempos de assamentos destes alimentos que serão calculados pelas modelagens a seguir, terão uma magnitude maior.

Similarmente podem acontecer os ajustes no que concerne a densidade e o calor específico, os quais precisam ser calculados como médias.

## Apêndice IV

### IV. Dados experimentais de assamento do bife de frango no forno solar tipo caixa

#### IV.1. Data do Experimento: 09/05/2007

**Tabela IV.1.** Tempo versus Temperatura

Tempo (horas)	Temperatura (°C)
10:35	29
10:40	34,2
10:45	43,7
10:50	51,9
10:55	72,0

└─> Fim do cozimento

Tempo total: 20 minutos

### IV.2. Modelagem para o bife de frango segundo dados experimentais.

#### IV.2.1. Modelagem considerando o modelo de objeto semi-infinito:

Porcentagem de água = 78,9 % (Heldman e Singh, 1981)	
Temperatura do sistema (alimento, °C)	Condutividade Térmica [W/(m.K)]
Temperatura média do experimento $T_{m1} = 7 \text{ °C}$	$k_1 = 0,476$
Temperatura média do experimento $T_{m2} = 62 \text{ °C}$	$k_2 = 0,485$

- **Cálculo da condutividade térmica,  $k_{\text{médio}}$  [W/(m. K)]:**

$$k_{\text{médio}} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$k_{\text{médio}} = \frac{0,476 + 0,485}{2}$$

$$k_{\text{médio}} = 0,4805 \frac{W}{m \cdot K}$$

- **Cálculo da difusividade térmica ( $\alpha$ ,  $m^2/s$ ):**

$$\alpha_{\text{bife}} = \frac{k_{\text{bife}}}{\rho_{\text{bife}} \cdot C_{p,\text{bife}}}$$

$$\alpha_{\text{bife}} = \frac{0,4805 \frac{J}{s \cdot m \cdot ^\circ C}}{(1,006 \text{ g}) \cdot \left( 3,64 \frac{J}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \frac{10^6}{m^3}}$$

$$\alpha_{\text{bife}} \cong 1,31 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

Aplicando o modelo de transferência de calor para o fogão solar estudado, considerando o objeto como semi-infinito e que no “centro” do objeto semi-infinito  $x = 0,02 \text{ m}/2 = 0,01 \text{ m}$ , se obtém:

$$\frac{T(x,t) - T_{\text{superfície}}}{T_1 - T_{\text{superfície}}} = \text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t_A}} \right)$$

$$\frac{72 - 155}{29 - 155} = \text{erf} \left( \frac{0,01}{2\sqrt{1,31 \times 10^{-7} \cdot t_A}} \right)$$

$$0,659 = \operatorname{erf}\left(\frac{0,005}{\sqrt{1,31 \times 10^{-7} \cdot t_A}}\right)$$

Utilizando os dados da tabela da função erro de Gauss presente nos *Anexos* da dissertação, obtém-se:

w	erf(w)
0,64	0,63459
X <sub>1</sub>	0,659
0,68	0,66378

Por interpolação linear temos X<sub>1</sub> ≅ 0,673.

$$(0,673)^2 = \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{1,31 \times 10^{-7} \cdot t_A}}\right)^2$$

$$t_A = 421,3 \text{ s} \cdot \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 7,02 \text{ min}$$

Este tempo t = 7,2 min calculado segundo o modelo de objeto semi-infinito, difere muito do dado experimental t<sub>exper</sub> = 20 min.

Admitindo, como no modelo do objeto semi-infinito, que evapore 10 % do peso do bife, considerando que o material evaporado é somente água e que o bife estava a uma temperatura média inicial T<sub>M1</sub> = 29 °C e final T<sub>M2</sub> = 72 °C, o calor específico global médio é:

$$C_{P(\text{médio do bife})} = \frac{3.640 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot (72 - 29)^\circ\text{C} + 2.283.180,0 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \times 0,10 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}}{(72 - 29)^\circ\text{C}} = 8,95 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

Com este novo valor de Cp<sub>médio</sub>, recalculando a difusividade térmica, resulta:

$$\alpha = \frac{0,4805 \frac{J}{s \cdot m \cdot ^\circ C}}{(1,006g) \times \left( 8,95 \frac{J}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \frac{10^6}{m^3}} = 0,534 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

O tempo recalculado é:

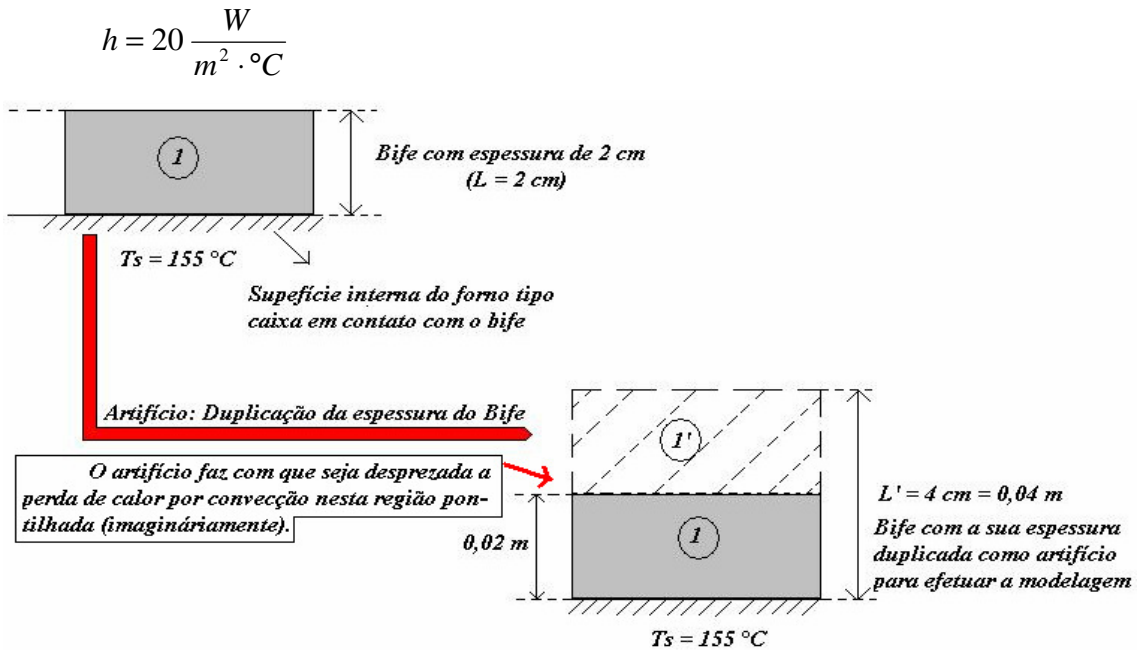
$$\frac{72-155}{29-155} = 0,659 = erf \left( \frac{0,01}{2\sqrt{0,534 \times 10^{-7} \cdot t_A}} \right)$$

$$t = 1.033,6 \text{ s} = 17,2 \text{ min}$$

O tempo calculado  $t = 17,2 \text{ min}$  é menor que o valor experimental  $t_{\text{exper}} = 20 \text{ min}$ , mas a diferença é de aproximadamente 3 min. Com uma perda um pouco maior de massa do bife durante o processo, se obteria um calor específico médio  $C_{p_{\text{médio}}} = 10,39 \text{ J/(g}^\circ\text{C)}$  e o tempo calculado seria de  $t = 20 \text{ min}$  que coincidiria com o experimental  $t_{\text{exper}} = 20 \text{ min}$ .

#### IV.2.2. Modelagem considerando o modelo da placa plana:

Na modelagem para uma placa será feito um artifício, usando a espessura do bife de frango duplicada, conforme o esquema fenomenológico de transferência de calor proposto a seguir. Com este artifício é como se no novo centro do bife não houvesse transferência de calor. Na realidade o que acontece é que um dos lados do bife é mantido sobre uma superfície a uma temperatura muito grande  $T_S$  e o outro lado do bife está submetido a um ambiente a  $T_\infty$  e um pequeno coeficiente convectivo, e como resultado a transferência neste lado é desprezível em relação ao outro lado. Ou seja, é como se nesta superfície não houvesse transferência de energia, ou que está isolado termicamente. Em síntese, a modelagem se transforma de uma situação de uma placa de espessura  $2L$  com Biot  $Bi \rightarrow \infty$  em um lado com  $T = T_S$  e outra com  $Bi$  pequeno, em uma placa de espessura  $4L$  com  $Bi \rightarrow \infty$  em ambos lados a  $T = T_S$ .



**Figura IV.1.** Esquema do artifício utilizado no cálculo

Portanto, os autovalores são para uma placa com  $Bi \rightarrow \infty$ , os quais são apresentados na tabela a seguir assim como os parâmetros  $A_n$ .

Para  $x = 0$  m (usando para o cálculo até quatro termos da série,  $n = 4$ ):

$$\frac{T - T_a}{T_1 - T_a} = \sum_{n=1}^4 A_n \cos\left(\mu_n \cdot \frac{x}{L}\right) \cdot \exp\left(-\mu_n^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t_B}{L^2}\right)$$

1 (para  $x = 0$  m)

Aplicando o modelo da placa plana:

Cálculo de  $A_n$ :

$$A_n = \frac{2 \text{sen}(\mu_n)}{\mu_n + \text{sen}(\mu_n) \cdot \cos(\mu_n)}$$

n	$\mu_n$	$\text{sen}(\mu_n)$	$\text{cos}(\mu_n)$	$A_n$
1	1,5708	1	0	1,2732
2	4,7124	-1	0	-0,4244
3	7,8540	1	0	0,2546
4	10,9956	-1	0	-0,1819

$$\frac{72-155}{29-155} = 0,659 = \left[ A_1 \cdot \exp\left(-\mu_1^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t_B}{L^2}\right) + A_2 \cdot \exp\left(-\mu_2^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t_B}{L^2}\right) + \right. \\ \left. + A_3 \cdot \exp\left(-\mu_3^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t_B}{L^2}\right) + A_4 \cdot \exp\left(-\mu_4^2 \cdot \frac{\alpha \cdot t_B}{L^2}\right) \right] = \\ = \left[ 1,2732 \exp\left(-1,5708^2 \frac{0,534 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} t_B}{(0,02m)^2}\right) - 0,4244 \exp\left(-4,7124^2 \frac{0,534 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} t_B}{(0,02m)^2}\right) + \right. \\ \left. + 0,2546 \exp\left(-7,8540^2 \frac{0,534 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} t_B}{(0,02m)^2}\right) - 0,1819 \exp\left(-10,9956^2 \frac{0,534 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s} t_B}{(0,02m)^2}\right) \right]$$

Utilizando o método numérico de Newton-Raphson, obtém-se:

$$t_B \equiv 1996,8 \text{ s} = 33,3 \text{ min}$$

O tempo calculado é muito maior que o experimental valor experimental  $t_{\text{exper}} = 20 \text{ min}$ . Pelos resultados obtidos com os dois modelos anteriores, ou seja, pelos modelos da placa semi-infinita e do modelo da placa plana, conclui-se que o modelo de sólido semi-infinito retrata melhor o resultado experimental obtido.

### IV.3. Modelagem do bife de frango como placa em regime transiente

#### Considerações para modelagem:

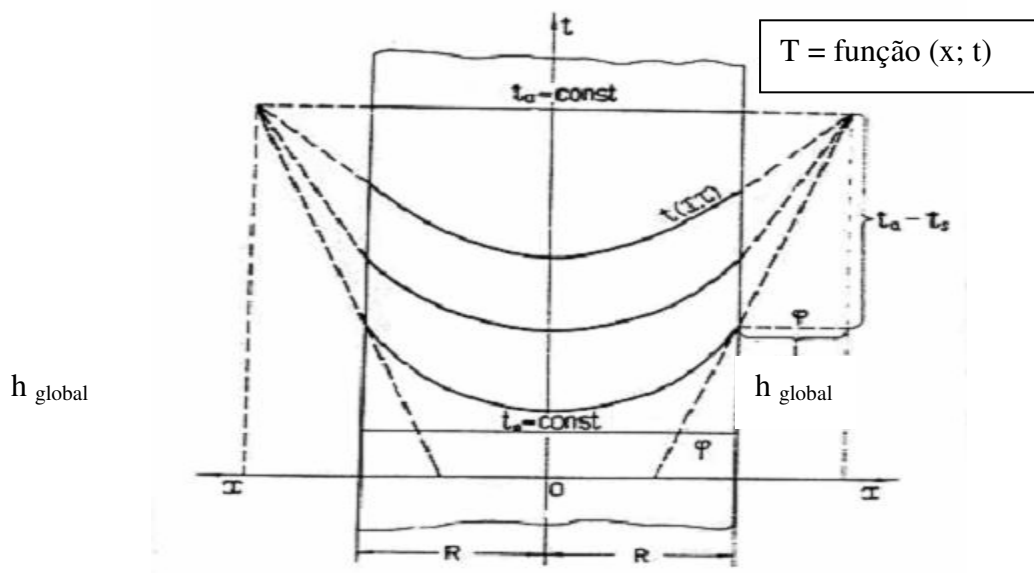
Para o modelo físico proposto, serão utilizadas tabelas e equações do livro de Luikov (1968).

- Bife: Modelo de placa em regime transiente

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{bife} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{A_0}{\rho_{bife} \cdot C_{P,bife}}$$

Para a placa, tem-se:

- ✓  $T_1$  (temperatura inicial) em  $t=0$
  - ✓ Convecção
  - ✓ No centro da placa:  $\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \rightarrow 0$
- Cálculo do critério ou número de Pomerantsev ( $P_{0,placa\ bife}$ ):
  - A origem das coordenadas é escolhida no meio do bife (placa), conforme mostrada a Figura IV.2 (Luikov, 1968):



**Figura IV.2.** Distribuição de Temperatura em uma placa infinita (problema de simetria).

- Número de Pomerantsev ( $P_{0, placa}$ ), baseado na semi-espessura da placa  $L = R$ :

$$P_0 = \frac{A_0 \cdot R^2}{k_{bife} \cdot (T_a - T_1)}$$

Para a placa ( $R = L = 1\text{cm} = 0,01\text{m}$ ), ou seja, para um cilindro em forma de disco circular, mas considerando a transferência de energia principal como sendo na sua espessura  $2L$ :

$$A_0 = G_0' \cdot \frac{\text{Área}}{\text{Volume}} = G_0' \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{(\pi \cdot R^2) \cdot 2L} = \frac{140}{2 \times 0,01}$$

$$A_0 = 7.000 \frac{W}{m^3}$$

- Segundo o modelo da placa infinita com termo de geração, nota-se que para um tempo longo se pode ter, por exemplo, temperatura média ( $T_{\text{média}} > \text{Temperatura ambiente } (T_{\text{ambiente}}) = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$P_0 = \frac{A_0 \cdot R^2}{k_{bife} \cdot (T_a - T_1)}$$

$$P_0 = \frac{7000 \frac{W}{m^3} \times (0,01m)^2}{0,4805 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \times (80 - 29) ^\circ C}$$

$$P_0 = 0,0286$$

- Cálculo do número de Biot (Bi):

$$Bi_{(bife)} = \frac{h_{global} \times L}{\bar{k}_{bife}}$$

$$Bi_{(bife)} = \frac{20 \frac{W}{(m^2 \cdot ^\circ C)} \times 0,01m}{0,4805 \frac{W}{(m \cdot ^\circ C)}}$$

$$Bi_{(bife)} \cong 0,416$$

- Aplicando os dados da tabela do Incropera e De Witt (1996) e o método de interpolação linear, obtêm-se:

✚ O Cálculo das quatro primeiras raízes da equação transcendental,  $\mu_n \cdot \text{tg} \mu_n = Bi$ , para a condução térmica em regime transiente em uma placa plana:

→ Designando para a modelagem

#### IV.3.1. Cálculo da temperatura no centro da placa plana ( $T_c$ ):

Da Equação 8.28, página 358, do livro de Luikov (1968), para uma placa de espessura  $2L$ , com termo de geração de energia, a temperatura em qualquer ponto da placa é dada por:

$$\left( \frac{T - T_1}{T_a - T_1} \right) = 1 + \frac{1}{2} \cdot P_o \left( 1 - \frac{x^2}{R^2} + \frac{2}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_o}{\mu n^2} \right) \cdot A_n \cdot \cos \left( \mu n \cdot \frac{x}{R} \right) \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_o)$$

Para o centro da placa  $x = 0$ , com  $\cos(0) = 1$ , com o termo de geração, resulta:

$$\left( \frac{T_c - T_1}{T_a - T_1} \right) = 1 + \frac{1}{2} \cdot P_o \left( 1 + \frac{2}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_o}{\mu n^2} \right) \cdot A_n \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_o)$$

Sendo:

$$A_n = \frac{2 \text{sen}(\mu n)}{\mu n + \text{sen}(\mu n) \cdot \cos(\mu n)}$$

A equação anterior corresponde à equação 6.3.30 da página 222 do livro de Luikov (1968).

$$\text{No centro da placa plana} \begin{cases} R = L = 0,01 \text{ m} \\ x = 0 \end{cases}$$

#### IV.3.2. Cálculo da temperatura média da placa ( $T_m$ ):

Equação 8.2.11, da página 358 de Luikov (1968), a temperatura média da placa, usando o termo de geração de energia, está dado por:

$$\left( \frac{T_{\text{média}} - T_1}{T_a - T_1} \right) = 1 + \frac{1}{3} \cdot P_o \left( 1 + \frac{3}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_o}{\mu n^2} \right) \cdot Bn \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_o)$$

A Equação 6.3.45 da página 235 do livro de Luikov (1968) fornece o parâmetro:

$$Bn = \frac{2Bi^2}{\mu n^2 \cdot (Bi^2 + Bi + \mu n^2)} = \frac{An \cdot \text{sen}(\mu n)}{\mu n}$$

Na tabela a seguir são calculados os parâmetros  $A_n$  e  $B_n$  para um número de Biot  $Bui = 0,416$ .

n	Mn	sen(μn)	cos(μn)	$A_n$	$B_n$
1	0,6028	0,5679	0,8237	1,0599	0,9969
2	3,2681	-0,1262	-0,9919	$-7,4415 \times 10^{-2}$	$2,8749 \times 10^{-3}$
3	6,3485	$6,5348 \times 10^{-2}$	0,9978	$2,0377 \times 10^{-2}$	$2,0975 \times 10^{-4}$
4	3,4686	$-4,3887 \times 10^{-2}$	-0,9990	$-9,2277 \times 10^{-3}$	$4,2771 \times 10^{-5}$
<p>Observa-se que: <math>\mu_1 &lt; \mu_2 &lt; \mu_3 &lt; \mu_4</math></p>				$An = \frac{2\text{sen}(\mu n)}{\mu n + \text{sen}(\mu n) \cdot \text{cos}(\mu n)}$ <p>Eq.6.3.30 (Luikov,1968)</p>	$Bn = \frac{An \cdot \text{sen}(\mu n)}{\mu n}$ <p>Eq. 6.3.45 (Luikov, 1968)</p>

Por interpolação se obtém:

$Bi_{(bife)} = \frac{h_{global} \times L}{k_{bife}}$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670
0,416	$x_1 = ?$	$x_2 = ?$	$x_3 = ?$	$x_4 = ?$
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775

Realizando as interpolações, obtêm-se os seguintes valores de  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ :

$\mu_1 \equiv 0,6028$
$\mu_2 \equiv 3,2682$
$\mu_3 \equiv 6,3486$
$\mu_4 \equiv 9,4687$

Note que se podem calcular os valores de  $\mu_n$  das seguintes formas:

- ✓ Equação de Autovalores;
- ✓ Tabela (Interpolações);
- ✓ Programas computacionais como Mathcad e Excel.

Comparando os valores calculados das constantes com as tabelas fornecidas (Tabela IV.2 e IV.3), mostram resultados satisfatórios com ótima precisão.

Tabela IV.2. Valores dos parâmetros  $A_n$  (Luikov, 1968, página 224).

$$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2 \text{Bi}(\text{Bi}^2 + \mu_n^2)^{1/2}}{\mu_n(\text{Bi}^2 + \text{Bi} + \mu_n^2)}$$

Bi	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
0	1.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
0.001	1.0002	-0.0002	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
0.002	1.0004	-0.0004	0.0001	-0.0000	0.0000	-0.0000
0.004	1.0008	-0.0008	0.0002	-0.0001	0.0001	-0.0000
0.006	1.0012	-0.0012	0.0003	-0.0001	0.0001	-0.0000
0.008	1.0015	-0.0016	0.0004	-0.0002	0.0001	-0.0001
0.01	1.0020	-0.0020	0.0005	-0.0002	0.0001	-0.0001
0.02	1.0030	-0.0040	0.0010	-0.0004	0.0003	-0.0002
0.04	1.0065	-0.0080	0.0020	-0.0009	0.0005	-0.0003
0.06	1.0099	-0.0119	0.0030	-0.0013	0.0007	-0.0004
0.08	1.0130	-0.0158	0.0040	-0.0018	0.0010	-0.0006
0.10	1.0159	-0.0197	0.0050	-0.0022	0.0013	-0.0008
0.20	1.0312	-0.0381	0.0100	-0.0045	0.0025	-0.0016
0.30	1.0450	-0.0555	0.0148	-0.0067	0.0038	-0.0024
0.40	1.0581	-0.0719	0.0196	-0.0089	0.0050	-0.0032
0.50	1.0701	-0.0873	0.0243	-0.0110	0.0063	-0.0040
0.60	1.0813	-0.1025	0.0289	-0.0132	0.0075	-0.0048
0.70	1.0918	-0.1154	0.0335	-0.0153	0.0087	-0.0056
0.80	1.1016	-0.1282	0.0379	-0.0175	0.0100	-0.0064
0.90	1.1107	-0.1403	0.0423	-0.0196	0.0112	-0.0072
1.00	1.1192	-0.1517	0.0466	-0.0217	0.0124	-0.0080
1.5	1.1537	-0.2013	0.0667	-0.0318	0.0184	-0.0119
2.0	1.1784	-0.2367	0.0848	-0.0414	0.0241	-0.0157
3.0	1.2102	-0.2881	0.1154	-0.0589	0.0351	-0.0231
4.0	1.2287	-0.3215	0.1396	-0.0750	0.0451	-0.0300
5.0	1.2403	-0.3442	0.1588	-0.0876	0.0543	-0.0366
6.0	1.2478	-0.3604	0.1740	-0.0991	0.0626	-0.0427
7.0	1.2532	-0.3722	0.1861	-0.1089	0.0701	-0.0483
8.0	1.2569	-0.3812	0.1959	-0.1174	0.0768	-0.0535
9.0	1.2598	-0.3880	0.2039	-0.1246	0.0828	-0.0583
10.0	1.2612	-0.3934	0.2104	-0.1309	0.0881	-0.0676
15.0	1.2677	-0.4084	0.2320	-0.1514	0.1072	-0.0795
20.0	1.2699	-0.4147	0.2394	-0.1621	0.1182	-0.0901
30.0	1.2717	-0.4198	0.2472	-0.1718	0.1291	-0.1015
40.0	1.2723	-0.4217	0.2502	-0.1759	0.1340	-0.1069
50.0	1.2727	-0.4227	0.2517	-0.1779	0.1365	-0.1098
60.0	1.2728	-0.4232	0.2526	-0.1791	0.1379	-0.1115
80.0	1.2730	-0.4237	0.2535	-0.1803	0.1394	-0.1132
100.0	1.2731	-0.4239	0.2539	-0.1808	0.1405	-0.1141
$\infty$	1.2732	-0.4244	0.2546	-0.1819	0.1415	-0.1157

**Tabela IV.3.** Valores dos parâmetros  $B_n$  (Luikov, 1968, página 234)

$$B_n = \frac{2 Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)}$$

$Bi$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$
$\infty$	0.8106	0.0901	0.0324	0.0165	0.0100	0.0067
50.0	0.8250	0.0899	0.0323	0.0161	0.0095	0.0061
30.0	0.8354	0.0893	0.0315	0.0152	0.0086	0.0053
15.0	0.8565	0.0885	0.0279	0.0120	0.0060	0.0033
10.0	0.8743	0.0839	0.0236	0.0090	0.0040	0.0020
9.0	0.8796	0.0821	0.0222	0.0081	0.0035	0.0017
8.0	0.8859	0.0797	0.0205	0.0072	0.0030	0.0015
7.0	0.8932	0.0766	0.0185	0.0062	0.0025	0.0012
6.0	0.9021	0.0723	0.0162	0.0051	0.0020	0.0009
5.0	0.9130	0.0664	0.0135	0.0040	0.0015	0.0007
4.0	0.9264	0.0582	0.0104	0.0029	0.0010	0.0005
3.0	0.9430	0.0468	0.0070	0.0019	0.0006	0.0003
2.0	0.9635	0.0313	0.0037	0.0009	0.0003	0.0001
1.5	0.9749	0.0220	0.0023	0.0005	0.0002	0.0001
1.0	0.9862	0.0124	0.0011	0.0002	0.0001	
0.9	0.9882	0.0105	0.0009	0.0002	0.0001	
0.8	0.9903	0.0088	0.0007	0.0001		
0.7	0.9920	0.0070	0.0006	0.0001		
0.6	0.9939	0.0054	0.0004	0.0001		
0.5	0.9955	0.0040	0.0003	0.0001		
0.4	0.9973	0.0027	0.0002	0.0001		
0.3	0.9982	0.0016	0.0001			
0.2	0.9995	0.0007				
0.1	1.0000	0.0002				

**IV.4. Cálculos da temperatura média ( $T_m$ ) e do centro do bife de frango ( $T_c$ ), considerando para o bife o modelo da placa, não considerando o termo de geração ( $P_0 = 0$ ):**

**IV.4.1.  $T_{m\acute{e}dia} = ? (T_m)$**

Da equação para a temperatura média, sem considerar o termo de geração  $P_0 = 0$ , resulta:

$$\left( \frac{T_{\text{m\u00e9dia}} - T_1}{T_a - T_1} \right) = 1 + \frac{1}{3} \cdot P_o \cdot \left( 1 + \frac{3}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_o}{\mu_n^2} \right) \cdot B_n \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_o]$$

Usando dados apresentados antes, empregando somente o primeiro autovalor e admitindo uma temperatura m\u00e9dia no interior do forno da ordem de  $T_{\infty}$  (Temperatura do fluido, ou seja, do ar) =  $\frac{70+90}{2} = T_{\infty} = 80 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , como foi admitido em c\u00e1lculos anteriores, resulta:

$$\left( \frac{T_{\text{m\u00e9dia}} - 29}{80 - 29} \right) = 1 - 0,9969 \exp \left[ -0,6028^2 \frac{(0,534 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s})(20 \times 60 \text{ s})}{(0,01 \text{ m})^2} \right]$$

$$\left( \frac{T_{\text{m\u00e9dia}} - 29}{80 - 29} \right) = 0,210$$

$$T_{\text{m\u00e9dia}} \cong 39,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Nota-se que a modelagem considerando sem gera\u00e7\u00e3o de energia, nesta situa\u00e7\u00e3o em an\u00e1lise, resulta em uma temperatura m\u00e9dia muito menor que a temperatura central para assar o frango, ou seja,  $T_{\text{central}} \cong 72 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .

#### IV.4.2. $T_{\text{centro}}$ da placa (bife) = ? $T_c$ , $P_0 = 0$

Sendo:  $\begin{cases} R = L \text{ (placa)} \\ x = 0 \text{ (centro)} \end{cases}$

Da equa\u00e7\u00e3o para a temperatura central  $x = 0$ , sem o termo de gera\u00e7\u00e3o  $P_0 = 0$ , resulta:

$$\left( \frac{T_c - T_1}{T_a - T_1} \right) = 1 + \frac{1}{2} \cdot P_{0,bife} \cdot \left( 1 + \frac{2}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^4 \left( 1 + \frac{P_{0,bife}}{\mu_n^2} \right) \cdot A_n \cdot \exp[-\mu_n^2 \cdot F_o]$$

Usando os valores empregados antes, com o primeiro termo da série, resulta:

$$\left(\frac{T_C - 29}{80 - 29}\right) = 1 - 1,0599 \cdot \exp\left[-0,6028^2 \frac{(0,534 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s})(20 \times 60 \text{ s})}{(0,01 \text{ m})^2}\right]$$

$$\left(\frac{T_C - 29}{80 - 29}\right) = 0,160$$

$$T_C = 37,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Nota-se que a modelagem considerando sem geração de energia, nesta situação em análise, resulta em uma temperatura central muito menor que a temperatura central para assar o frango, ou seja,  $T_{\text{central}} \cong 72 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

#### **Cálculo do número de Fourier (Bife de frango):**

$$F_{0C} = \frac{\alpha_{\text{bife}} \cdot t_{\text{experimental}}}{L^2}$$

$$t_{\text{experimental}} = 20 \text{ min} = 1.200 \text{ s.}$$

$$\alpha_{\text{bife}} = 0,534 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

Portanto:

$$F_{0C} = \frac{(0,534 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}) \cdot 1.200 \text{ s}}{(0,01 \text{ m})^2}$$

$$F_{0C} = 0,641$$

Como o número de Fourier é maior que 0,5, é suficiente usar somente o primeiro termo da série, para o cálculo da temperatura central.

#### IV.5. Cálculos da temperatura média ( $T_m$ ) e do centro do bife de frango ( $T_c$ ), considerando para o bife em estudo – o modelo da placa em regime transiente, admitindo o termo de geração ( $P_{0, \text{bife}} \equiv 0,0286$ )

##### IV.5.1. $T_{\text{média}} = ?$ ( $T_m$ )

Usando os dados apresentados antes, para  $Bi_{\text{bife}} \equiv 0,416$  e  $P_0 = 0,0286$ , resulta:

$$\left( \frac{T_{\text{média}} - T_1}{T_a - T_1} \right) = 1 + \frac{1}{3} \cdot P_0 \left( 1 + \frac{3}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{P_0}{\mu n^2} \right) \cdot Bn \cdot \exp(-\mu n^2 \cdot F_0)$$

$$\left( \frac{T_m - 29}{80 - 29} \right) = 1 + \frac{1}{3} \cdot 0,0286 \left( 1 + \frac{3}{0,416} \right) - \left( 1 + \frac{0,0286}{0,6028^2} \right) \cdot 0,9969 \cdot \exp \left[ -0,6028^2 \frac{(0,534 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s})(20 \times 60 \text{ s})}{(0,01 \text{ m})^2} \right]$$

$$\left( \frac{T_m - 29}{80 - 29} \right) = 0,226$$

$$T_m = 40,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

IV.5.2.  $T_c = ?$  (Temperatura no centro do bife, considerando o termo de geração ( $P_{0, \text{bife}} \equiv 0,0286$ ) em regime transiente:

Sendo para a placa:  $\begin{cases} R = l = 0,01\text{m} \\ x = 0 \text{ (no centro da placa)} \end{cases}$

$$\left(\frac{T_C - T_1}{T_a - T_1}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cdot P_{0,bife} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R^2} + \frac{2}{Bi}\right) - \sum_{n=1}^4 \left(1 + \frac{P_{0,bife}}{\mu n^2}\right) \cdot An \cdot \cos\left(\mu n \cdot \frac{x}{R}\right) \cdot \exp[-\mu n^2 \cdot Fo]$$

Usando os dados anteriores, número de Fourier  $Fo = 0,641$ , resulta:

$$\left(\frac{T_C - 29}{80 - 29}\right) = 1 + \frac{1}{2} \cdot 0,0286 \left(1 + \frac{2}{0,416}\right) - \left(1 + \frac{0,0286}{0,6028^2}\right) \cdot 1,0599 \cdot \exp[-(0,6028)^2 \cdot 0,641]$$

Portanto o resultado é:

$$\left(\frac{T_C - 29}{80 - 29}\right) = 0,177 \rightarrow T_C \cong 38,0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Os valores similares das temperaturas  $T_C$  e  $T_M$  calculadas se deve a que o número de Biot é muito pequeno,  $Bi = 0,416$ , ou seja, quase não há resistência interna à transferência de calor no bife de frango analisado.

Além disto, nas condições estudadas e com a modelagem empregada, seria necessário um tempo bem maior que  $t_{\text{experimental}} = 20$  min para assar o bife de frango. Por exemplo, substituindo na equação anterior  $T_C = 72$  °C, se obtém um tempo  $t = 8046,9$  s = 134,1 min para que o bife fique assado; que é bastante diferente do experimental.

---

---

## **Capítulo 6**

### **Conclusões**

---

---

## 6. Conclusões

Foi realizado um procedimento para testar um fogão solar tipo caixa, obtendo como resultados distribuições de temperatura dentro do fogão, assim como temperatura na superfície de “chapas” dispostas dentro dele e também foi possível avaliar o tempo para assar pão de queijo, bife de frango etc.

Obtiveram-se resultados satisfatórios experimentais compatíveis com os resultados da literatura usando uma modelagem do processo de cozimento de alimentos do fogão solar do tipo caixa.

Utilizando os resultados dos experimentos, estes proporcionarão comparações quanto ao tamanho do fogão a ser usado, visando uma determinada eficiência e obtenção de parâmetros de engenharia para a construção de futuros fogões solares do tipo caixa. Os experimentos também proporcionarão a criação de um banco de dados experimentais dos tempos de cozimento de alguns alimentos testados no fogão proposto.

No presente trabalho, foram descritas modelagens de transferência de calor para alimentos submetidos aos processos de cocção no fogão solar proposto, cujo protótipo de energia alternativa (forno solar em estudo) apresentou viabilidades técnicas, econômicas e térmicas que viabilizaram a construção deste equipamento de energia limpa.

De acordo com os resultados experimentais obtidos, verificou-se que o modelo da placa plana em regime transiente (considerando o termo de geração, ou seja, o Critério de Pomerantsev) apresentou resultados mais consistentes, para o bife de frango, onde foram estudadas as suas propriedades termofísicas e também, calculadas as temperaturas médias e no centro deste alimento (erro experimental em torno de 13 por cento), ao passo que, para o mesmo alimento, mas considerando o bife de frango como modelo semi-infinito, os resultados apresentaram uma margem maior de erro (em torno de 37 por cento), haja vista que partindo de conceitos fenomenológicos, o bife é um sistema finito. Para o pão de queijo, foram realizadas modelagens em regime transiente, considerando a geometria mais favorável para o modelo físico proposto para este alimento, como esférica, explicitando a contribuição do termo de geração (Critério de Pomerantsev) que melhor retratou os resultados obtidos pela modelagem proposta com os resultados experimentais, obtidos neste forno solar que apresentou viabilidades técnicas, térmicas e econômicas para seu estudo.

Este trabalho de pesquisa além de apresentar relevância no contexto energético de inclusão social para as comunidades carentes, apresenta uma contribuição acadêmica no que tange à modelagem de processos de assamento dos alimentos estudados neste trabalho de pesquisa para o fogão solar proposto.

---

---

## REFERÊNCIAS

---

---

- A. KAY, M. GRÄTZEL**, *J. Phys. Chem.* 97, 6272 (1993).
- ALBINO DE SOUZA, A.S.**, *Relatório Final Projeto CTA-FINEP-IF-234*.
- ALGIFRI, A.H., AL-TOWAIE, H.A.**, 2001. *Efficient orientation impacts of box-type solar cooker on the cooker performance*. *Solar Energy* 70 (2), 165–170.
- AMERICAN ASSOCIATION OF CEREAL CHEMISTS – AACC.** (1995) *Approved Methods of the AACC*. 9. ed. St. Paul, American Association of Cereal Chemists.
- AMOROSO, N., BALLADIN, D.A., HEADLEY, O.St.C., MCDOOM, I.A., Parasram, A., Rampersad, K., Shakeer, S.**, 1998. *Introduction of solar energy devices to secondary schools as teaching aids*. *Solar Energy* 64 (1–3), 79–86.
- ANONYMOUS (1992)**. *Indian Standards-Solar Cooker*, (3 Parts) IS 13429, Bureau of Indian Standards, New Delhi.
- ANTONIO WASHINGTON, A. S.**, *Fundamentos da Teoria de Energia Solar e de seu Uso*, 1994, Fundação Brasília de Direito Econômico.
- ANSI-Z78**
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE PANIFICAÇÃO.** Arquivo disponível no site [www.abip.org.br](http://www.abip.org.br), capturado em março de 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS.** *Teste de comparação múltipla em análise sensorial dos alimentos e bebidas*, NBR 13526 de outubro de 1995.
- AYRES**, *Trigonometria*, Coleção Schaun
- B. O'Regan, M. GRÄTZEL**, *NATURE* (Pág. 353, 737-739; 1991).
- BALZAR, A., STUMPF, P., ECKHOFF, S., ACKERMANN, H., GRUPP, M.**, 1996. *A solar cooker using vacuum-tube collectors with integrated heat pipes*. *Solar Energy* 58 (1–3), 63–68.
- BAKSHI, A. S.; YOON, J.** (1984) *Thermophysical properties of bread during baking*. *Lebensmittel-Wissenschaft und Technologie*, v. 17, n. 2, p. 90-93.
- BERRY F., BOLLAY E. AND BEERS N.**, *Handbook of Meteorology*, MacGrow-Hill, 1945.
- BEYER, H. G., PEREIRA, E. B., MARTINS, F. R., ABREU, S. L., COLLE, S., PEREZ, R., SCHILLINGS, C., MANNSTEIN, H., MEYER, R.** Assessing satellite derived irradiance information for South America within the UNEP

- resource assessment project SWERA. *Proceedings of 5th ISES European Solar Conference* in Freiburg, Germany, September, 2004.
- BEZERRA, A.M.,** *Energia Solar: Aquecedores de Água*, Editora Universitária-UFPb, João Pessoa, 1986.
- BEZERRA, J.M.** *Análise de um Sistema Alternativo para Aquecimento de água por Energia Solar*, Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN, 1999.
- BIERMANN, E., GRUPP, M., PALMER, R.,** 1999. *Solar cooker acceptance in south Africa: results of a comparative fieldtest*. *Solar Energy* 66 (6), 401–407.
- BIRD, R. B., STEWART, W. E. And LIGHTFOOT, E. N.** *Transport phenomena*, Wiley, New York. (1960).
- BRADY, P.L.; MAYER, S.M.** *Correlation of sensory and instrumental measures of bread texture*. *Cereal Chemistry*, v.62, p.70-2, 1985.
- BRUNT, D.,** *Notes on the Radiation in the Atmosphere*, (1932), *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*.
- BRUNT, D.,** *Physical and Dynamical Meteorology*, (1939), Cambridge University Press.
- CADENA, C., SARAVIA, L., 2001.** *Análisis del comportamiento térmico de absorbedores de aluminio empleados en cocinas solares con concentración*. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*, ASADES, 5, 2, 08.121 – 126.
- CALVEL, R.** (1987) *O pão francês e os produtos correlatos: tecnologia e prática da panificação*. Fortaleza, J. Macedo.
- CARSLAW, H. S.; JAEGER, J. C.** (1959) *Conduction of Heat in Solids*. London, Oxford University Press.
- CHAUDHURI, T.K., PHILIP, S.K., MISTRY, H.M., 1997.** *Performance testing of a concentrating type community solar cooker*. In: *Proceedings of the Third International Conference on Solar Cookers*, Solar Cooker International (USA). Saradaya Press, India, p. 158.
- CLARK, J.,** 1996. *Solar powered/multiple fuel cooking device*. *Solar Energy* 57 (3).
- DUFFIE, J. e BECKMAN, W.** (1980), *Solar Engineering of Thermal Process*, John Wiley.

- DUFF, G. AND NAYLOR, D.,** *Differential Equations of Applied Mathematics*, 1966, John Wiley.
- DUTCOSKY, S.D.** 1996. *Análise sensorial de alimentos*, Curitiba, 123p
- DWOGHT, H.,** *Tables of Integrals and Other Mathematical data*, MacMillan, 1061.
- EDWARDS, D.,IVANCATON,** *Radiation Characteristics of Rough an Oxidized Metals*, 1965, Advan. Thermophysical Properties Temp. Presures. ASME.Elsasser, W., (1942), Harvard Meteorologic Studies no 6.
- MANUEL AZEVEDO, ANTÓNIO CUNHA,** Escola Cooperativa Vale (S.Cosme) e Departamento de Física, Universidade de Aveiro. *Fazer uma célula fotovoltaica* - Fowle, F., *Astrophysics Journal*,(1915).
- FUNK, P.A., LARSON, D.L.,** 1998. *Parametric model of solar cooker performance.* *Solar Energy* 62 (1), 63–68.
- FUNK, P.A.,** 2000. *Evaluating the international standard procedure for testing solar cookers and reporting performance.* *Solar Energy* 68, 1–7.
- G.P. SMESTAD, M. GRÄTZEL, J. CHEM.** *Educ.* 75, 752 (1998).
- GAZETA MERCANTIL.**(1995) *Indústria de massas, pães e bolos.* *Gazeta Mercantil, São Paulo*, 62 p. (Série Panorama Setorial).
- GIOIELLI, L.A.; LANNES, S.C.S.,** *Análise do perfil de textura de chocolates comerciais tipo cobertura*, *Anais do Congresso Y Exposicion Latinoamericano sobre Procesamiento de Grasas Y Aceite*, 6, Campinas, p.235-9, 1995.
- GOLDEMBERG, J.,** 1998. *Energia, meio ambiente e desenvolvimento.* São Paulo: EDUSP, Brazil.
- GRUPP, M.T., MERKLE, M., OWEN-JONES,** 1994. *Deuxième essai international de cuiseurs solaires.* In: *Systèmes solaires*, vol. 104, pp. 33-52.
- GRUPP, M.T., MERKLE T, and OWEN-JONES,** 1994. *In Second International Solar Cooker Test, European Committee for Solar Cooking Research e Synopsis*, Route d’Olmet, F-34700 Lodeve, France.
- HABEEBULLAH, M.B., KHALIFA, A.M., OLWI, I.,** 1995. *The oven receiver: an approach toward the revival of concentrating solar cookers.* *Solar Energy* 54 (4), 227–237.
- HAEKEMBERG, C. M.,** *Projeto Coares*, Relatório Coppetec, 1976.
- HALTNER, G. E MARTIN, F.** (1957) *Dynamical and Physical Meteorology*, McGraw-Hill

- HELIOCLIM** – “*Providing Information on Solar Radiation*”. European Solar Radiation Atlas. Available from [www.helioclim.net/esra/index.html](http://www.helioclim.net/esra/index.html), 2004.
- HIRSCHBERG, J., ALBINO DE SOUZA, A. W., TANISHO, P. M.,** 1990, *Propriedades Óticas e Mecânicas dos Vidros Utilizados como Isolante de Infravermelho em Placas Solares*, Congresso Brasileiro de Energia
- HOLMAN, J.,** *Transmissão de Calor*, (1983), MacGrowHill do Brasil
- HOUGHTON, H. G., J.** *Meteorology*, vol. 11, 1954.
- INCROPERA, F. P. e DE WITT, D. P.** *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa, Livros Técnicos e Científicos*, Rio de Janeiro. (1996).
- IPCC,** 2001. *Climate Change 2001* (3 vols). United Nations Intergovernmental Panel in Climate Change. Cambridge University Press, UK. (available from [www.ipcc.ch](http://www.ipcc.ch)).
- LAÇAVALA, P.,** *Biogás a Partir de Detritos Agrícolas*, Seminário IBGm São Paulo, 1978.
- LEWIS, G. E RANDALL, M.,** *Thermodynamics*, 1965, Mac Grow Hill.
- LUIZ, ADIR M.,** *Como Aproveitar a Energia Solar*, Edgard Blücher 1985.
- KERN, D.,** *Processos de Transmissão de Calor*, (1980), Guanabara Dois.
- KOTAS, T. J.,** 1990. *Exergy based criteria of performance*. In: G€o\_g€us\_, Y. A., € Ozt€urk, A. (Eds.), *Proceedings of the Workshop on Second Law of Thermodynamics*, Erciyes University, Kayseri, Turkey, pp. (I) 21–27.
- KOWALSKI, M. B.** (2001) *Análise do perfil de textura, volume específico e conteúdo de água dos pães tipo francês da cidade de São Paulo*. São Paulo. (Relatório I.C.)
- KREITH, F AND KREIDER, J.,** *Principies of Solar Engeneering*, MacGrowHill, 1978.
- MAGEE, T. R. A.; BRANSBURG, T.** *Measurement of thermal diffusivity of potato, malt bread and wheat flour*. *Journal of Food Engineering*, v. 25, p. 223-323, 1995.
- MARTINS, F. R., PEREIRA, E. B., ABREU, S. L., BEYER, H. G., COLLE, S., PEREZ, R., HEINEMANN, D.,** *Cross validation of satellite radiation transfer models during SWERA project in Brazil*. *Proceedings of ISES Solar World Congress 2003-Solar Energy for Sustainable Future in Goteborg, Sweden, June 2003*.

- MARTINS, F. R.** *Influência do processo de determinação da cobertura de nuvens e dos aerossóis de queimada no modelo físico de radiação BRASIL-SR*, Tese de doutoramento, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 330pp (2001).
- MAXWELL, J.**, A Dynamical Theory of the Eletromagnetic, retirado de *"The Scientific Papers of James Clerk Maxwell"*, 1890 Cambridge University Press.
- MEYROT,R.,SOKOLOFF J. AND NICHOLLS R.**, *Absorption Coeficients of Air*, Lockheed Aircraft Corporation, 1959.
- MULLICK, S.C., KANDPAL, T.C. AND SAXENA A. K** (1987) *Thermal test procedure for box-type solar cooker*. Solar Energy 39(4), 353.
- MULLICK, S.C., KANDPAL, T.C., KUMAR, S.**, 1996. *Testing of boxtype solar cooker: second figure of merit F2 and its variation with load and number of pots*. Solar Energy 57 (5), 409–413.
- MURAKAMI, E. G.; SWEAT, V. E.; SASTRY, S. K.; KOLBE, E.** (1996) *Recommended design parameters for thermal conductivity probes for nonfrozen food materials*. Journal of Food Engineering, v. 27, n. 2, p. 109-123.
- MUNCH, B.**, *Directional Distribution in the Reflection of Heat Radiation and its ErTects in Heat Transfer*, 1955, Suiss Technical College of Zurich.
- NATIONAL INSTRUMENTS CORPORATION.** (1999) *QuickStart guide*. Austin, Texas.
- NUTRINEWS**, [www.nutrinews.com.br/edicoes/9905/mat01.html](http://www.nutrinews.com.br/edicoes/9905/mat01.html), capturado em janeiro de 2002.
- NYAHORO, P.K., JOHNSON, R.R., EDWARDS, J.**, 1997. *Simulated performance of thermal storage in a solar cooker*. Solar Energy 59 (1–3), 11–17.
- PALZ, W.** (1981), *Energia Solar*, Hemus.
- PEDROTTI, J.** (1987), *Introduction to Optics*, Prentice Hall.
- PEREIRA, E. B., MARTINS, F. R., ABREU, S. L., COUTO, P., STUHLMANN, R., COLLE, S.** *Effects of burning of biomass on satellite estimations of solar irradiation in Brazil*. Solar Energy, 68, 1, 91-107. January, 2000.
- PETELA, R.**, 2003. *Exergy of undiluted thermal radiation*. Solar Energy 74, 469-488.
- PINHEIRO, PAULO CÉSAR DA COSTA.** *Análise e Testes de 4 Fogões Solares*. IN: 11<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences - ENCIT 2006, 5-8 Dezembro 2006, Curitiba, PR, Proceedings. Curitiba, PR, ABCM, Brazilian

- Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2006, (CD-ROM), CIT06-0941, 8p.
- PRINCE, M.B.**, *J. Appl. Phys.* 26, 1955.
- POLLEY, S. L.; SNYDER, O. P.; KOTNOUR, P.** *A compilation of thermal properties of foods.* Food Technology, v. 34 (11) p. 76, 1980.
- QUEIROZ, G. M.** *Determinação de propriedades termofísicas do pão tipo francês durante o processo de assamento.* São Paulo, 2001. 152p. + Apêndices. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. www.teses.usp.br
- RAHMAN, S.** (1995) *Food properties handbook.* New York, CRC Press.
- REIMANN, A.**, *Physics*, 1971, Barnwes & Noble.
- SARAVIA, L.R., CADENA, C., CASO, R., FERNÁNDEZ, C.**, 1999. *Cocinas solares comunales con concentrador y acumulador sólido.* Energías Renovables y Medio Ambiente, ASADES, 6, 7-16.
- SHAPIRO, A.**, *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow.* Ronald Press, N Y, 1954.
- SIEGEL, R. e HOWELL, J.** (1972), *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGraw-Hill.
- SINGH, R. P.** *Thermal diffusivity in food processing.* Food Technology, v. 36, n. 2, p. 87-91, 1982.
- SISSOM, L. E. e PITTS, D. R.** *Fenômenos de transporte*, Guanabara, Rio de Janeiro. (1979).
- SOUZA, L. G. M.** “Tese de Doutorado”, *Viabilidades térmicas, econômicas e de materiais na utilização de tubos de PVC, como elementos absorvedores em coletores de um sistema de aquecimento de água por energia solar*, PDCEM-2002 Natal-RN.
- SOUZA, L.G.M.**, *Fogão Solar Modulado para Aplicação em Camping e Comunidades Rurais*, CONEM-2004, Belém-Pa.
- SOUZA, L.G.M.**, *Coletor Solar não Convencional, de Baixo Custo, Composto por Múltiplos Tubos Absorvedores de PVC*, CONEM-2004, Belém-Pa.
- SOUZA, L.G.M.**, *Análise Comparativa entre Coletor Solar Plano Convencional e Coletor Solar Alternativo Composto por Múltiplos Tubos de PVC*, CONEM-2004, Belém-Pa.
- SOUZA, L.G.M.** *A Importância da Energia Solar como Fonte Alternativa e o Desenvolvimento de um Instrumento para medir Radiação Solar Global*,

- Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 70 p., Natal, 1987.
- SPIEGEL, M.R.; ABELLANAS, L.** *Fórmulas y tablas de matemática aplicada*, McGraw-Hill, Madrid, España. (1988).
- SWEAT, V. E.** (1986) *Thermal properties of foods*. In: RAO, M. A.; RIZVI, S. S. H. *Engineering Properties of Foods*. New York, Marcel Dekker, p. 49-87.
- SWEAT, V. E.; HAUGH, C. G.** *A thermal conductivity probe for small food samples*. Transactions of the ASAE, v. 17, p. 56-58, 1974.
- SWISHER, J., SWISHER, M.B., SWISHER, W., 1996.** *Rotary cooker/smoker*. Solar Energy 57 (3), IV.
- SUHARTA, H., ABDULLAH, K., SAYIGH, A., 1998.** *The solar oven: development and field-testing of user-made designs in Indonesia*. Solar Energy 64 (4-6), 121-132.
- TELKES, M.,** *Solar Energy Research*, Daniel and Duffie, 1955.
- THEKAEKARA, M.P.,** *Data on Incidente Solar Energy*, (1974), Supplement to the Proceedings of the 20th Annual Meeting of the Institute of Environmental Sciences.
- THEKAEKARA, M.P.,** *Solar Radiation Measurementnes and Instrumentation*, (1976), Solar Energy, 10(2).
- TROMBE, F.,** *Échanges de vues sur lês Cuisinière Solaires*, Applications Thermiques de L'Energie Solairedans lê Domaine de Ia Rechercheede L'Industrie, CNRS, Marselhe, 1962.
- TROMBE, F.,** *Échanges de vues sur lês Moteurs Solaires*, Applications Thermiques de L'Energie Solaire dans lê Domaine de la Recherche e de L'Industrie, CNRS, Marselhe, 1962.
- ÜLTANIR, M., 1994.** *Recipientential of new and renewable energy sources in long-term utilisation for Turkish rural areas*. Proceedings of AGENG 94, 29th August-1st September, Milano, Italy, pp. 822-828.
- YIN, Y.; WALKER, C.E.,** *A quality comparison of breads baked by conventional versus non conventional ovens: a review*. J. Sci. Food Agric.,v.67,p.283-91,1995.
- VAN WYLEN, G. E SONNTAG, R.,** *Fundamentos da Termodinâmica Clássica*, 1976, Edgard Blücher.

**WELTYJ., WILSON R., WICKS C.,** *Fundamental of Momentum, Heat and Mass Transfer, Wiley International, 1969.*

**ZANARDI, M.,** *Análise Numérica e Experimental de conjunto Concentrador Com Tubo de Calor,* Tese de Doutorado, Unicamp, 1989.

**ZANONI, B.; PERI, C.; GIANOTTI, R.** *Determination of the thermal diffusivity of bread as a function of porosity.* Journal of Food Engineering, v. 26, p. 497-510, 1995.

## Anexos

### A.1 - Função Erro de Gauss<sup>2</sup>

w	erf w	w	erf w	w	erf w
0,00	0,00000	0,36	0,38933	1,04	0,85865
0,02	0,02256	0,38	0,40901	1,08	0,87333
0,04	0,04511	0,40	0,42839	1,12	0,88679
0,06	0,06762	0,44	0,46622	1,16	0,89910
0,08	0,09008	0,48	0,50275	1,20	0,91031
0,10	0,11246	0,52	0,53790	1,30	0,93401
0,12	0,13476	0,56	0,57162	1,40	0,95228
0,14	0,15695	0,60	0,60386	1,50	0,96661
0,16	0,17901	0,64	0,63459	1,60	0,97635
0,18	0,20094	0,68	0,66378	1,70	0,98379
0,20	0,22270	0,72	0,69143	1,80	0,98909
0,22	0,24430	0,76	0,71754	1,90	0,99279
0,24	0,26570	0,80	0,74210	2,00	0,99532
0,26	0,28690	0,84	0,76514	2,20	0,99814
0,28	0,30788	0,88	0,78669	2,40	0,99931
0,30	0,32863	0,92	0,80677	2,60	0,99976
0,32	0,34913	0,96	0,82542	2,80	0,99992
0,34	0,36936	1,00	0,84270	3,00	0,99998

<sup>2</sup> A função erro de Gauss é definida da seguinte forma

$$erf w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^w e^{-v^2} dv$$

A função erro complementar é definida pela relação

$$erfc w \equiv 1 - erf w$$

A.2 – As quatro primeiras raízes da equação transcendental,  $\xi_n \operatorname{tg} \xi_n = Bi$ , para a Condução Térmica em Regime Transiente em uma Parede Plana

$Bi = \frac{hL}{k}$	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$
0	0	3,1416	6,2832	9,4248
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119
5,0	1,3138	3,0336	6,9096	9,8928

---

6,0	1,3496	4,1116	6,9924	10,9667
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871
$\infty$	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956

---

**PROGRAMA EM MATLAB:**

→ Function k = erro

% Este programa calcula o valor da função erro através de uma expansão em série de potências segundo Taylor. Deve-se fornecer o valor do número de termos em que se pretende truncar a série, de acordo com o fator de precisão pré-especificado.

```

format long

A = input (' entre com a quantidade de termos da série truncada:');

B = 2/sqrt (pi);

X = input ('entre com o argumento da função erro:');

→ L (1) = X;

M = Ø;

F (1) = 1;

    For    i = 1: A - 1

M = M + 1;

F(i + 1) = F(i) * M;

L(i + 1) = L(i) + ((-1) ^ i) * (X ^ (2*i + 1)) / ((2*i + 1) * F(i + 1));

end

k = B * L(A);

```

Na execução deste programa em ambiente MATLAB, se deve proceder da seguinte maneira:

- I. Digitar k = erro;
- II. O programa pede a quantidade de termos em que se pretende truncar a série. Digitar o valor pretendido;
- III. O programa pede, em seguida, o valor do argumento da função erro. Digitar o valor pretendido;
- IV. Como resposta, o programa gera a variável k, que armazena o valor da função erro para o argumento especificado, cuja precisão dependerá do número de termos da série trunca.

*Dedução Da Função Erro De Gauss:*

$$\frac{T - T_a}{T_1 - T_a} = \operatorname{erf} \left[ \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right], \quad \text{onde:} \quad \alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

A função  $\operatorname{erf}(z)$  é definida através de uma integral que pode ser expandida em uma série infinita, sendo a função  $f(u) = \exp(-u^2)$  uma função contínua no intervalo  $(-\infty, +\infty)$ .

*Considerando:*

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \left( z - \frac{z^3}{3 \cdot 1!} + \frac{z^5}{5 \cdot 2!} - \frac{z^7}{7 \cdot 3!} + \frac{z^9}{9 \cdot 4!} + \Lambda \right) =$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot z^{(2n-1)}}{(2n-1) \cdot (n-1)!}$$

*Por definição:*

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-u^2} du$$

*Fazendo o desenvolvimento da função erro em série de potências:*

Expandindo a função  $f(x) = \exp(-x^2)$  em uma série de potências e utilizando a definição de série de Taylor, temos:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0) \cdot (x - x_0)^2}{2!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(x_0) \cdot (x - x_0)^n}{n!}$$

*Logo:*

$$f'(x) = e^{-x^2} \cdot (-2x)$$

$$f''(x) = e^{-x^2} \cdot (-2x)^2 - 2 \cdot e^{-x^2}$$

$$f'''(x) = e^{-x^2} \cdot (-2x)^3 + 2 \cdot (-2x) \cdot (-2) \cdot e^{-x^2} - 2e^{-x^2} \cdot (-2x) = e^{-x^2} \cdot (-2x)^3 + 12xe^{-x^2}$$

$$\begin{aligned} f^{iv}(x) &= e^{-x^2} \cdot (-2x)^4 + 3 \cdot (-2x) \cdot (-2) \cdot e^{-x^2} + 12e^{-x^2} + 12xe^{-x^2} \cdot (-2x) = \\ &= e^{-x^2} \cdot (-2x)^4 + 12xe^{-x^2} - 48x^2e^{-x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^v(x) &= e^{-x^2} \cdot (-2x)^5 + 4 \cdot (-2x)^3 \cdot (-2) \cdot e^{-x^2} + 12e^{-x^2} \cdot (-2x) - 96xe^{-x^2} - 48x^2e^{-x^2} \cdot (-2x) = \\ &= e^{-x^2} \cdot (-2x)^5 - 120xe^{-x^2} + 180x^3e^{-x^2} \end{aligned}$$

A expansão de uma função por série de Taylor é feita em torno de um certo ponto da abscissa  $x_0$ . Supondo que  $x_0 = 0$  temos que:

$$f(x_0) = f(0) = 1$$

$$f'(x_0) = f'(0) = 0$$

$$f''(x_0) = f''(0) = -2$$

$$f'''(x_0) = f'''(0) = 0$$

$$f^{iv}(x_0) = f^{iv}(0) = 12$$

$$f^v(x_0) = f^v(0) = 0; \dots$$

Logo:

$$f(x) = e^{-x^2} = 1 + 0 - \frac{2x^2}{2!} + 0 - \frac{12x^4}{4!} + 0 - \dots$$

$$f(x) = 1 - \frac{2x^2}{2!} + \frac{12x^4}{4!} + \dots$$

$$\int f(x)dx = \int \left( 1 - \frac{2x^2}{2!} + \frac{12x^4}{4!} + \dots \right) dx$$

$$\int f(x)dx = x - \frac{2x^3}{3 \cdot 2!} + \frac{12x^5}{5 \cdot 4!} + \dots$$

$$\int f(x)dx = x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} + \dots$$

Então, pode-se mostrar que:

$$\int e^{-x^2} dx = x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \frac{x^9}{9 \cdot 4!} - \frac{x^{11}}{11 \cdot 5!} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot x^{(2n-1)}}{(2n-1) \cdot (n-1)!}$$

Pela definição da função:

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du, \quad \text{tem-se:}$$

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( u - \frac{u^3}{3 \cdot 1!} + \frac{u^5}{5 \cdot 2!} - \frac{u^7}{7 \cdot 3!} + \frac{u^9}{9 \cdot 4!} - \frac{u^{11}}{11 \cdot 5!} + \dots \right) \Bigg|_0^z$$

$$\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( z - \frac{z^3}{3 \cdot 1!} + \frac{z^5}{5 \cdot 2!} - \frac{z^7}{7 \cdot 3!} + \frac{z^9}{9 \cdot 4!} - \frac{z^{11}}{11 \cdot 5!} + \dots \right)$$

**Observação:** Esta equação pode ser encontrada em vários livros de cálculo, como por exemplo, o de Spiegel e Abellanas (1988).